第二章 波动光学基本原理

第三节 波的叠加和波的干涉

第三节 波的叠加和波的干涉

3.1 波的叠加原理

3.2 波的干涉和相干叠加条件

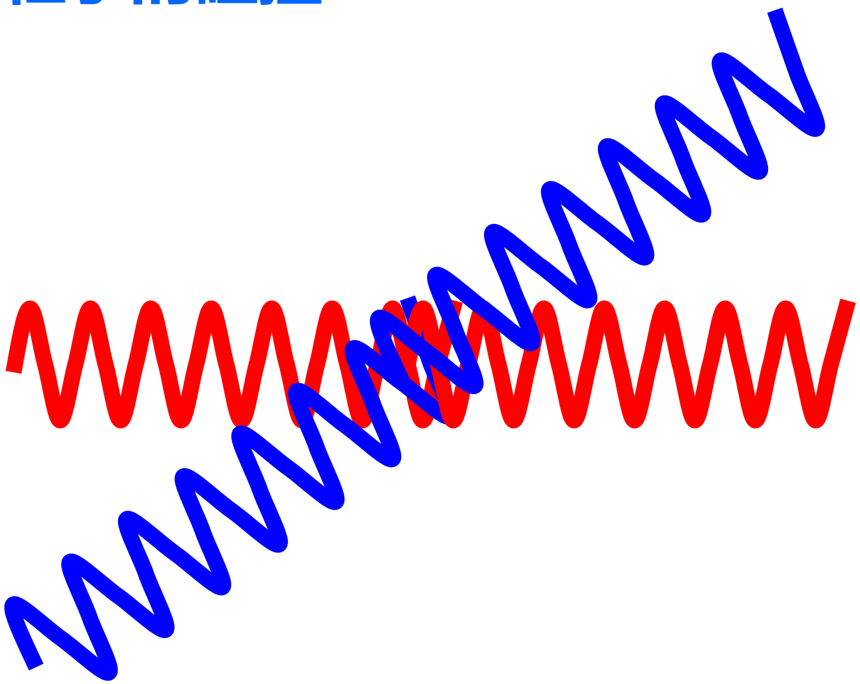
3.3 普通光源发光的微观机制和特点

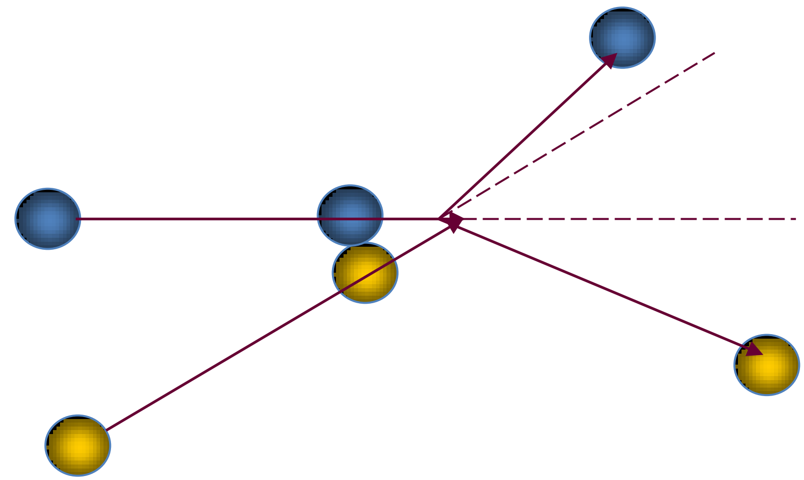
1.4 干涉的反衬度

3.1 波的叠加原理

3.1 波的叠加原理

粒子的碰撞





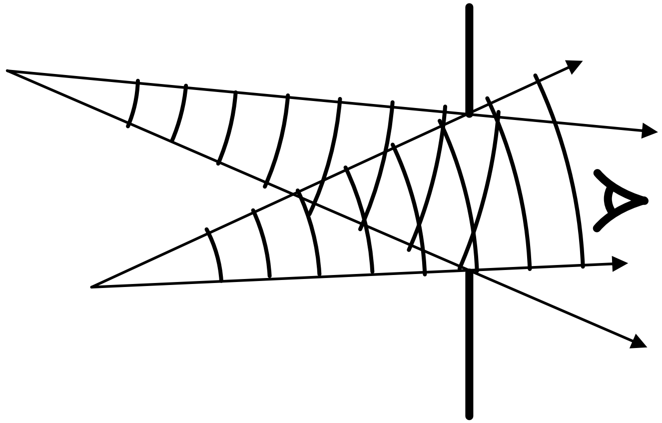
若是粒子相遇，则将发生碰撞，各自的状态和路径都将发生改变

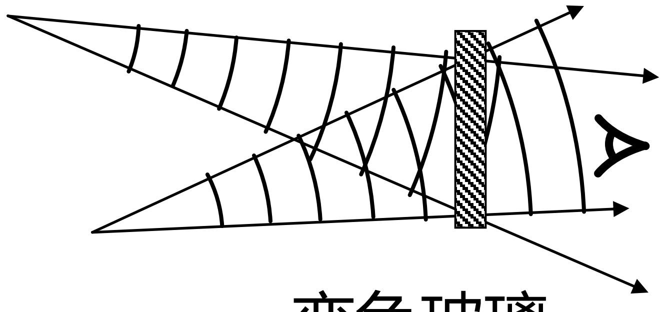
3.1 波的叠加原理

1. 波的独立传播定律

当两列（或多列）波同时存在时，在它们的交叠区域内，其传播互不干扰。

光波在真空中总是独立传播的，而在媒质中，有时会违反独立传播定律，出现“非线性”。

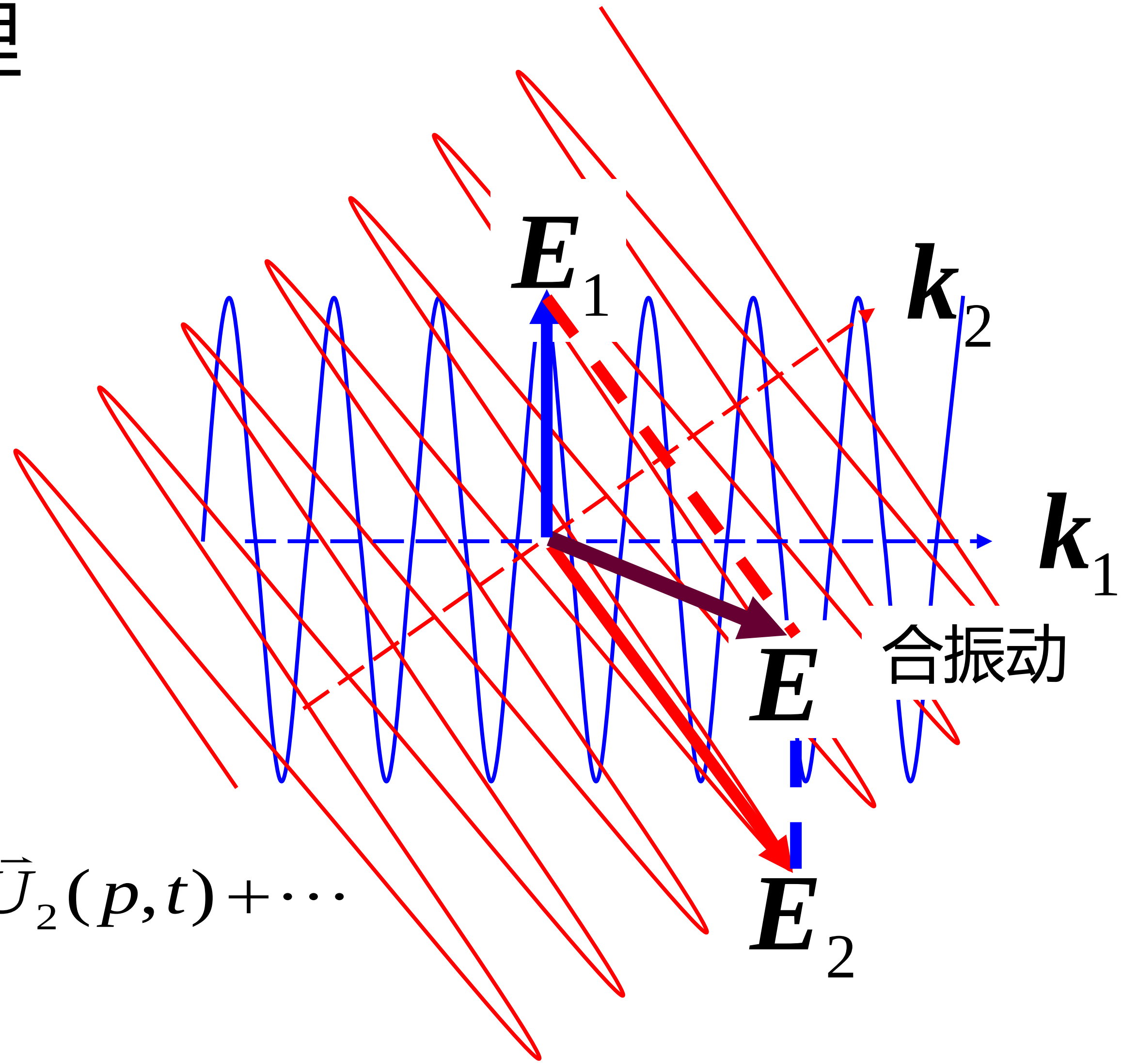




3.1 波的叠加原理

2. 波的叠加原理

交叠区域内每个点的振动是各列波单独在该点产生振动的矢量线性叠加，表述为



$$\vec{U}(p,t)=\vec{U}_1(p,t)+\vec{U}_2(p,t)+\cdots$$

振动在相遇点的叠加

3.1 波的叠加原理

3. 波的线性叠加原理成立的条件

- 传播介质为线性介质。（非线性介质：太阳镜的变色玻璃）
- 振动不太强。在振动很强烈时，线性介质可能会变为非线性的，出现非线性效应。（随着激光的出现蓬勃发展）
- 注意要点：不是强度的叠加，也不是振幅的简单相加，而是振动矢量（瞬时值）的叠加。
- 对于电磁波，就是电场强度（电场分量，光矢量）、磁场强度的叠加

3.2 波的干涉和相干叠加条件

对于同频率、同振动方向的单色光

A．代数法:瞬时值叠加

$$\psi_1(P)=A_1\cos[\omega t-\varphi_1(P)] \quad \psi_2(P)=A_2(P)\cos[\omega t-\varphi_2(P)]$$

合振动 $\psi=\psi_1+\psi_2=A(P)\cos[\omega t-\varphi(P)]$

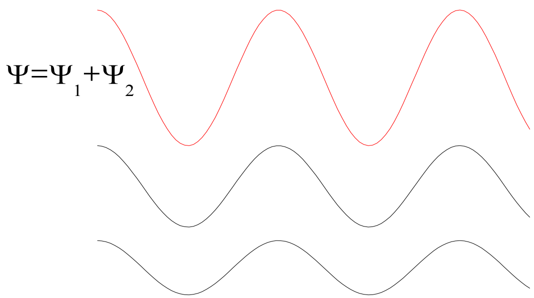
振幅 $A^2(P)=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)$

相位 $\tan\varphi(P)=\dfrac{A_1(P)\sin\varphi_1(P)+A_2(P)\sin\varphi_2(P)}{A_1(P)\cos\varphi_1(P)+A_2(P)\cos\varphi_2(P)}$

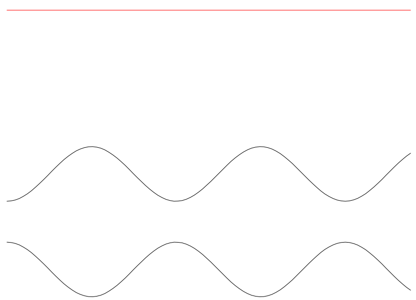
叠加之后，仍然是原频率的定态光波

3.2 波的干涉和相干叠加条件

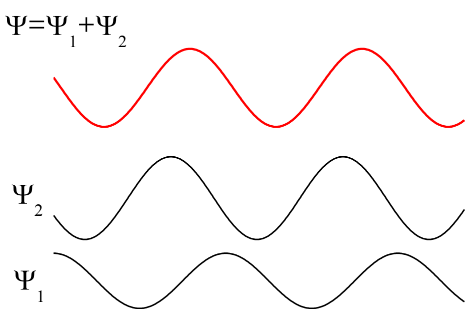
定态光波叠加的方法



相位处处相同



相位处处相反



叠加之后的振动取决于两列波的相位差

对于同频率、同振动方向的单色光

1. 振幅矢量图解法
2. 复数法

3.2 波的干涉和相干叠加条件

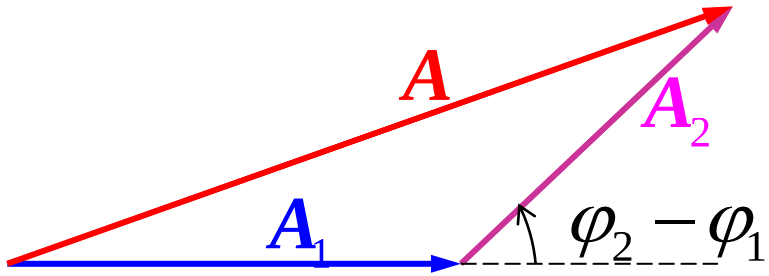
由瞬时值引出的矢量方法

$$\psi_1(P)=A_1(P)\cos[\varphi_1(P)-\omega t] \quad \psi_2(P)=A_2(P)\cos[\varphi_2(P)-\omega t]$$

$$\psi=\psi_1+\psi_2=A(P)\cos[\varphi(P)-\omega t]$$

$$A^2(P)=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)$$

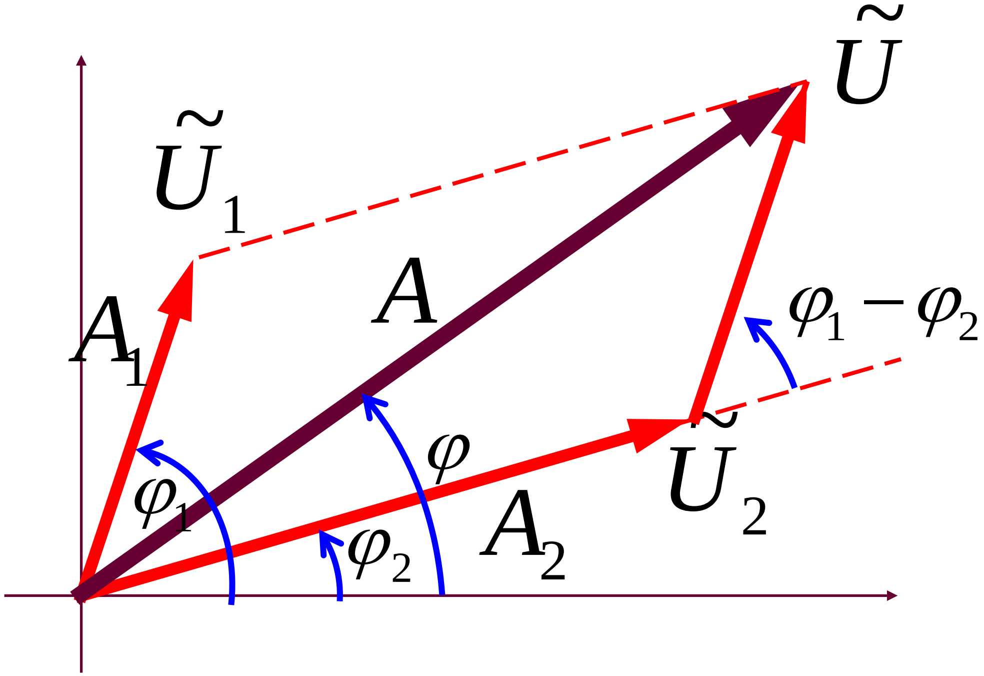
- 合振动的振幅与两列波的振幅之间满足**余弦公式**



3.2 波的干涉和相干叠加条件

1. 振幅矢量图解法

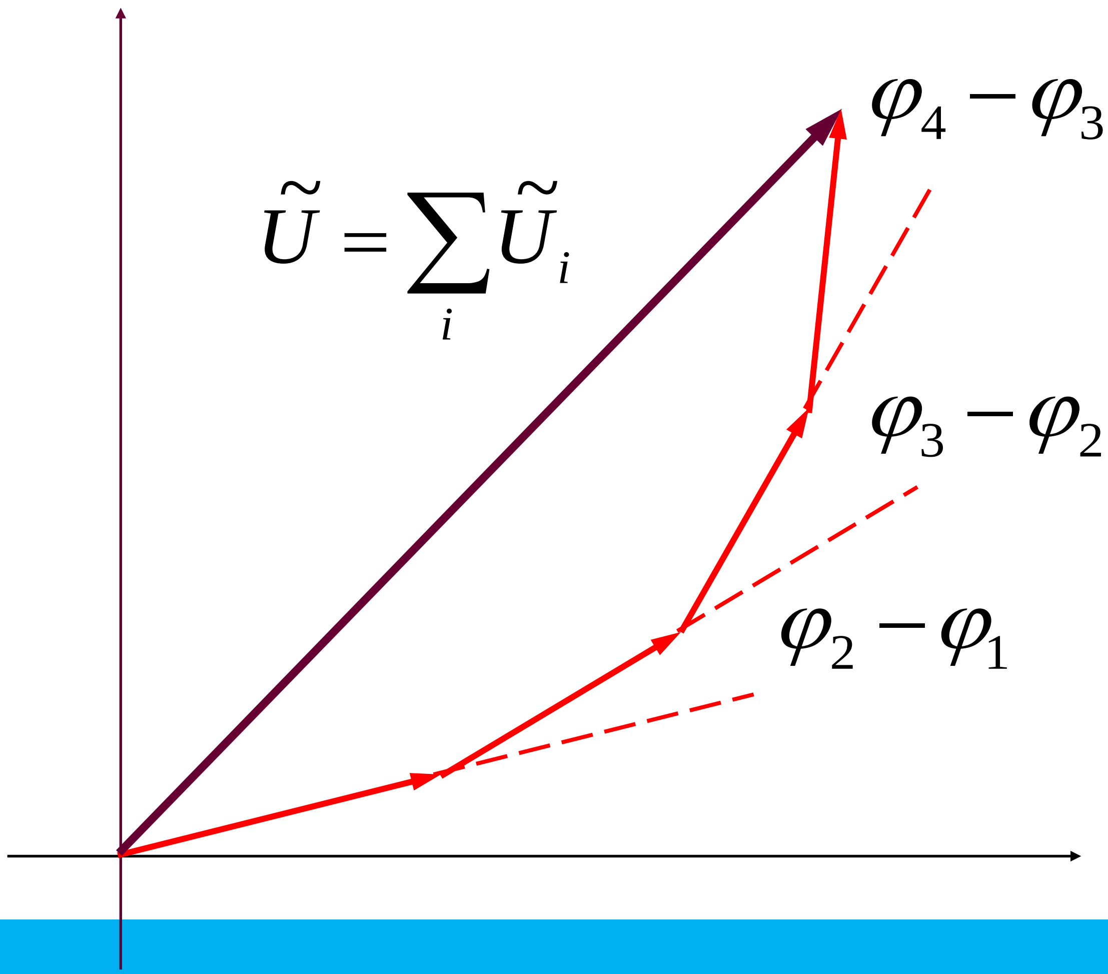
$$\tilde{U} = \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2$$



3.2 波的干涉和相干叠加条件

1. 振幅矢量图解法

连续多个振幅矢量的叠加



各个矢量首尾相接，夹角为相应的相位差

3.2 波的干涉和相干叠加条件

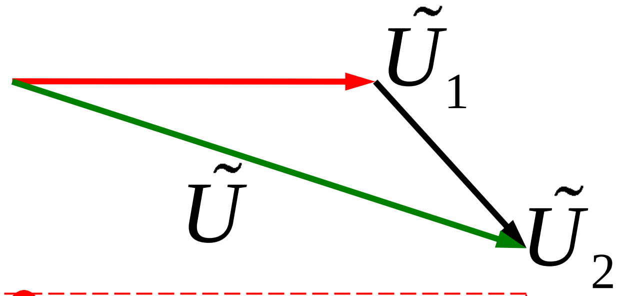
对振幅矢量的说明

- 定态光波的振幅矢量，仅仅是对其复振幅在复数平面中的几何表示，反映了光波振动的振幅和相位
- 振幅矢量的大小、方向与光波振动的大小、方向无关
- 振幅矢量合成的结果，则是合振动的振幅大小和相位
- 采用振幅矢量方法，仅仅是出于数学处理上的考虑

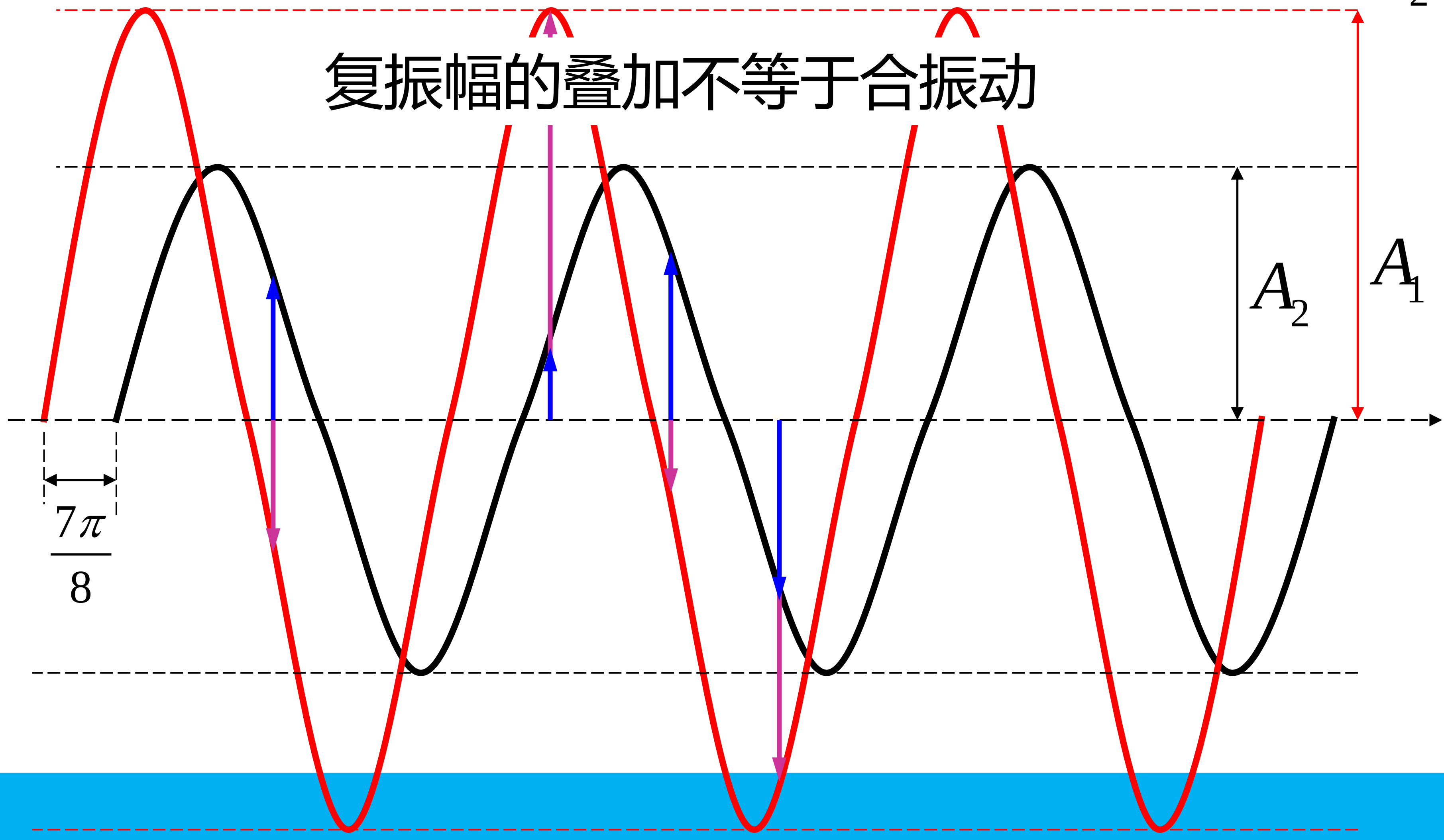
3.2 波的干涉和相干叠加条件

$\tilde{U}_1 = A_1 \cos(kz - \omega t)$

$\tilde{U}_2 = A_2 \cos(kz - \omega t - \frac{7\pi}{8})$



复振幅的叠加不等于合振动



3.2 波的干涉和相干叠加条件

2. 复数法

$$\tilde{\psi}_1 = A_1 e^{i(\varphi_1 - i\omega t)} = A_1 e^{i\varphi_1} e^{-i\omega t} = \tilde{U}_1 e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{\psi}_2 = A_2 e^{i(\varphi_2 - i\omega t)} = A_2 e^{i\varphi_2} e^{-i\omega t} = \tilde{U}_2 e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{U}_1 = A_1 e^{i\varphi_1} \qquad \tilde{U}_2 = A_2 e^{i\varphi_2}$$

$$\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_1 + \tilde{\psi}_2 = \tilde{U}_1 e^{-i\omega t} + \tilde{U}_2 e^{-i\omega t} = (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2) e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{U} = \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2 = A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} = A e^{i\varphi}$$

振幅和相位的表达式与代数方法相同

3.2 波的干涉和相干叠加条件

2. 复数法

干涉：因波的迭加而引起振动强度重新分布的现象。

两列波：
$$\begin{cases}\tilde{\vec{U}}_1(p,t)=\vec{A}_1(p)e^{-i[\omega_1 t-\varphi_1(p)]}\\ \tilde{\vec{U}}_2(p,t)=\vec{A}_2(p)e^{-i[\omega_2 t-\varphi_2(p)]}\end{cases}$$

合成波：
$$\tilde{\vec{U}}(p,t)=\tilde{\vec{U}}_1(p,t)+\tilde{\vec{U}}_2(p,t)$$

欧拉公式

$$\boxed{e^{ix}=\cos x+i\sin x}$$

合成波的强度：
$$I(p)=\tilde{\vec{U}}(p,t)\cdot\tilde{\vec{U}}^*(p,t)$$

$$=I_1(p)+I_2(p)+2\,\vec{A}_1(p)\cdot\vec{A}_2(p)\cos[(\omega_1-\omega_2)t+\delta(p)]$$

其中：$\delta(p)=\varphi_2(p)-\varphi_1(p)$为两列波在p点的位相差

干涉项 $2\,\vec{A}_1(p)\cdot\vec{A}_2(p)\cos[(\omega_1-\omega_2)t+\delta(p)]$：

3.2 波的干涉和相干叠加条件

相干条件

$$2\vec{A}_1(p)\cdot\vec{A}_2(p)\cos[(\omega_1-\omega_2)t-\delta(p)]$$

相干条件：

i） 频率相同（一切波动干涉的必要条件）

ii）存在着相互平行的振动分量（矢量波的要求）

iii）存在着稳定的位相差 $\delta(p)$（光波的要求）

3.2 波的干涉和相干叠加条件

相干条件的讨论—不同频率单色波的叠加

$$\boxed{cosa + cosb = 2cos\frac{a+b}{2}cos\frac{a-b}{2}}$$

振动方向相同、传播方向相同，频率不同

$$\psi_1 = A_0\cos(\omega_1 t - k_1 z) \qquad \psi_2 = A_0\cos(\omega_2 t - k_2 z) \qquad \psi = \psi_2 + \psi_2$$

$$= 2A_0\cos\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)z}{2}\cos\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)z}{2}$$

$$= 2A_0\cos(\omega_m t - k_m z)\cos(\bar{\omega}t - \bar{k}z)$$ 不是定态光波

11 10 11 10

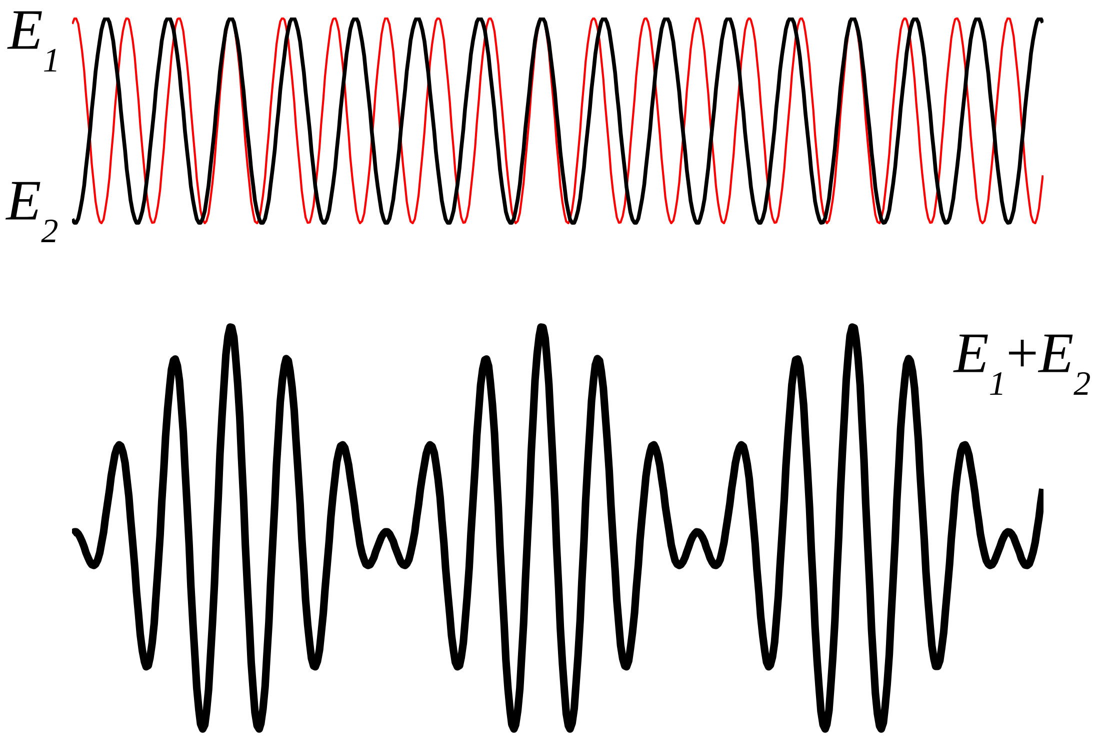
$$\omega_m = \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \qquad \bar{\omega} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \qquad k_m = \frac{k_1-k_2}{2} \qquad \bar{k} = \frac{k_1+k_2}{2}$$

~0.5 ~10.5

3.2 波的干涉和相干叠加条件

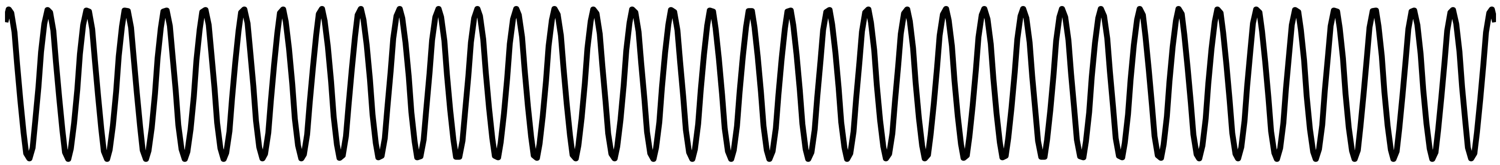
非定态光波

$$\Psi = 2A_0 \cos(\omega_m t - k_m z)\cos(\bar{\omega} t - \bar{k} z)$$

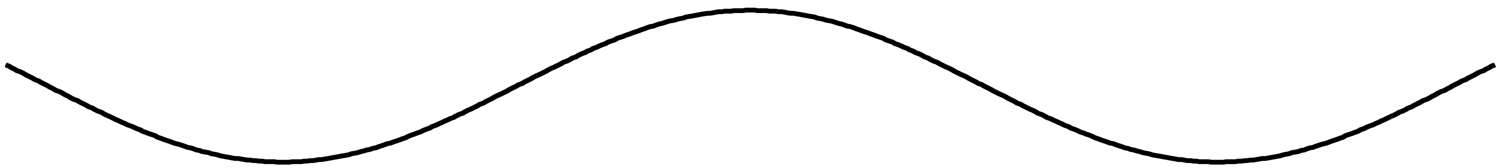


3.2 波的干涉和相干叠加条件

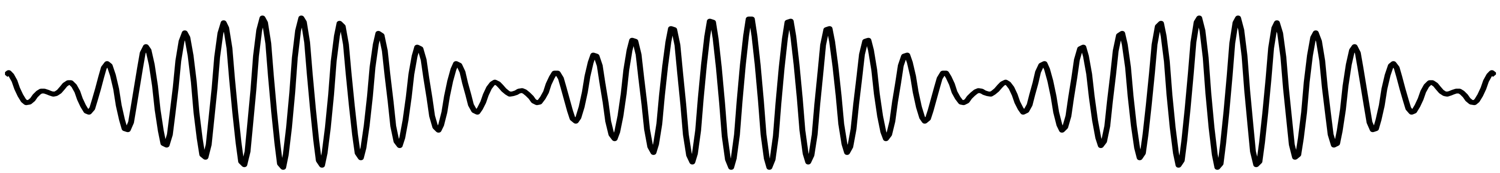
$$\cos(\bar{\omega}t-\bar{k}z)$$



$$2A_0\cos(\omega_m t-k_m z)$$



$$2A_0\cos(\omega_m t-k_m z)\cos(\bar{\omega}t-\bar{k}z)$$



低频波对高频波的振幅调制

3.2 波的干涉和相干叠加条件

$$\Psi = 2A_0\cos(\omega_{\mathrm{m}}t - k_{\mathrm{m}}z)\cos(\bar{\omega}t - \bar{k}z)$$

$$I = 4A_0^2\cos^2(\omega_{\mathrm{m}}t - k_{\mathrm{m}}z) = 2A_0^2[1 + \cos 2(\omega_{\mathrm{m}}t - k_{\mathrm{m}}z)]$$

“光强”随时间变化，没有稳定的光强分布

- 形成光学拍，拍频为$2\omega_{\mathrm{m}}$，强度分布随时间和空间变化。
- 结论：
- 1. 不同频率（频率相近）单色光叠加形成光学拍；
- 2. 不同频率的定态光波叠加形成非定态光；
- 3. 不同频率单色光是非相干的。

3.2 波的干涉和相干叠加条件

相干条件的讨论—两列光之间电矢量的相对方向

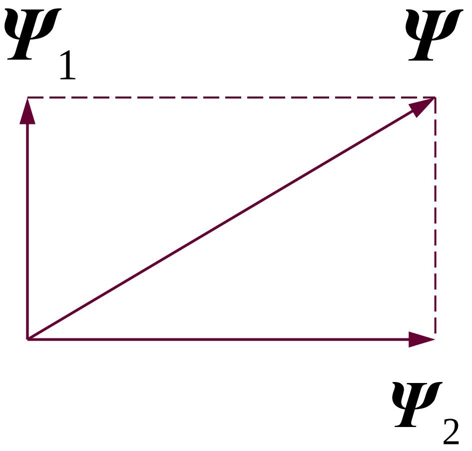
两列波的振动方向**相互垂直** $\boldsymbol{\Psi}_1 \perp \boldsymbol{\Psi}_2$

按矢量叠加 $\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_1 + \boldsymbol{\Psi}_2$

数量关系 $|\boldsymbol{\Psi}|^2 = |\boldsymbol{\Psi}_1|^2 + |\boldsymbol{\Psi}_2|^2$

光强是复振幅模的平方

$$I = I_1 + I_2$$



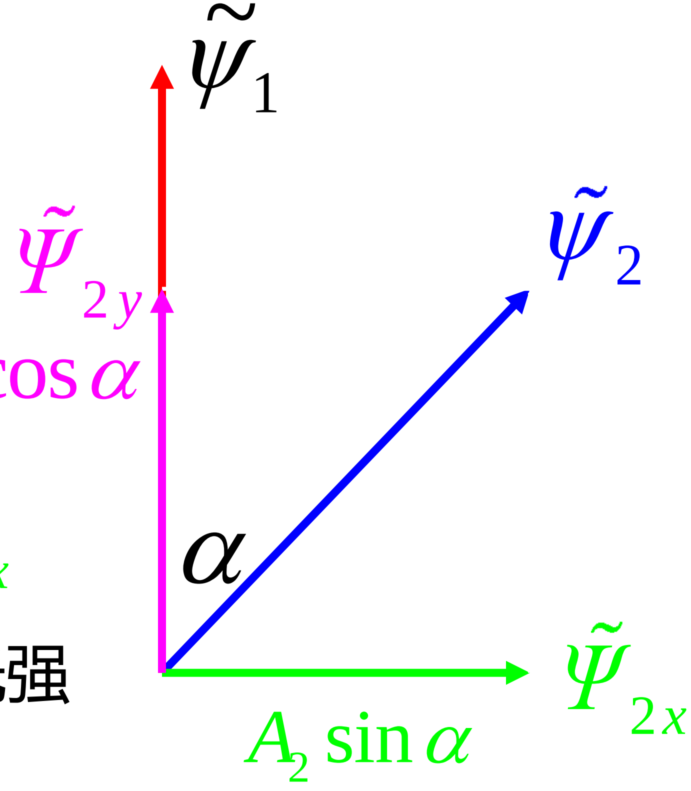
总光强是两列波的光强之和，无干涉。

3.2 波的干涉和相干叠加条件

相干条件的讨论—两列光之间电矢量的相对方向

如两振动不平行，可将其中一个正交分解为和另一个分别平行、垂直的分量，再进行叠加。其中垂直的分量作为背底，不参与干涉。

两列光之间电矢量的相对方向



$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_1 + \boldsymbol{\Psi}_2$$

$$= (\Psi_1 + \Psi_{2y})\boldsymbol{e}_y + \Psi_{2x}\boldsymbol{e}_x$$

$$I = A_1^2 + A_{2y}^2 + 2A_1A_{2y}\cos\Delta\varphi + A_{2x}^2$$

本底光强

$$= I_1 + I_2 + 2A_1A_2\cos\alpha\cos\Delta\varphi$$

3.2 波的干涉和相干叠加条件

两列波在空间P点相位差的讨论

- 光强的测量值只能是一定时间内的平均值
- 定态光波的光强，就是电场强度振幅平方的平均值

$$I=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau A^2\mathrm{d}t=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau[A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)]\mathrm{d}t$$

$$=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\frac{1}{\tau}\int_0^\tau\cos\Delta\varphi\mathrm{d}t$$

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ 两列波在空间P点的相位差

3.2 波的干涉和相干叠加条件

两列波在空间P点相位差的讨论

1、$\Delta\varphi$ 在观察时间内不是定值，而是随时间改变，是时间的随机函数

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\Delta\varphi(t) \qquad \int_0^\tau \cos\Delta\varphi \mathrm{d}t=0$$

$$I=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Delta\varphi \mathrm{d}t=A_1^2+A_2^2$$

$$I=I_1+I_2$$

是两列光的强度简单相加，没有干涉现象；或者说它们是不相干的。

3.2 波的干涉和相干叠加条件

两列波在空间P点相位差的讨论

2、 $\Delta\varphi$ 在观察时间内不随时间改变

$$\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\cos\Delta\varphi \mathrm{d}t = \cos\Delta\varphi$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi \neq I_1 + I_2$$

$\Delta\varphi$ 只与空间位置有关，即不同的空间点具有不同的位相差，因而有不同的数值。

即两列波在空间不同的地点有不同的位相差，叠加后有不同的强度，出现干涉现象。

$2A_1A_2\cos\Delta\varphi$ 干涉项

3.2 波的干涉和相干叠加条件

干涉结果

$$\Delta\varphi = 2j\pi \qquad \cos\Delta\varphi = 1$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = (A_1 + A_2)^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$> I_1 + I_2$$

干涉相长

$$\Delta\varphi = (2j+1)\pi \qquad \cos\Delta\varphi = -1$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_1 - A_2)^2 = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$< I_1 + I_2$$

干涉相消

3.2 波的干涉和相干叠加条件

干涉

两列波在空间相遇，使得光的能量重新分布，称为干涉现象。

相干光源和非相干光源：

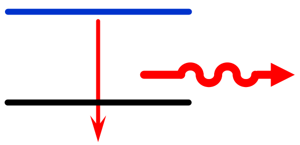
两光源间有固定的位相差，因而按振幅进行叠加，能够产生有效干涉，则称其为相干光源，而若两光源之间没有固定的位相差，而按强度进行叠加，则称为非相干光源。

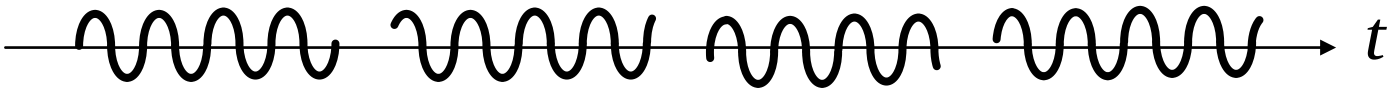
思考：为什么水波的干涉很容易观察到，但是光的波动和粒子之争持续了很长时间，在杨氏双缝干涉之前却没有出现有说服力的干涉实验？

3.3 普通光源发光的微观机制和特点

发光机制：原子核分子（微观客体）内部的能量改变

特点：不同原子或分子所发射的波列在振动方向和位相上相互独立，没有联系，而且每个原子或分子发光的持续时间极短。





几个重要的时间间隔：

i）光扰动的时间周期：$T \sim 10^{-15}\ \mathrm{sec}$

ii）实验观测的时间（人眼的响应时间）：$\tau \sim 10^{-1}\ \mathrm{sec}$

iii）探测器响应时间：$\Delta t \sim 10^{-9}\ \mathrm{sec}$

由于 $\tau >> \Delta t >> T$ ，所以无论是实际观察还是仪器接收，得到的都不可能是某一瞬间的扰动分布，而只能是扰动强度的时间平均值，即强度。

自发辐射和受激辐射。

3.4 干涉的反衬度

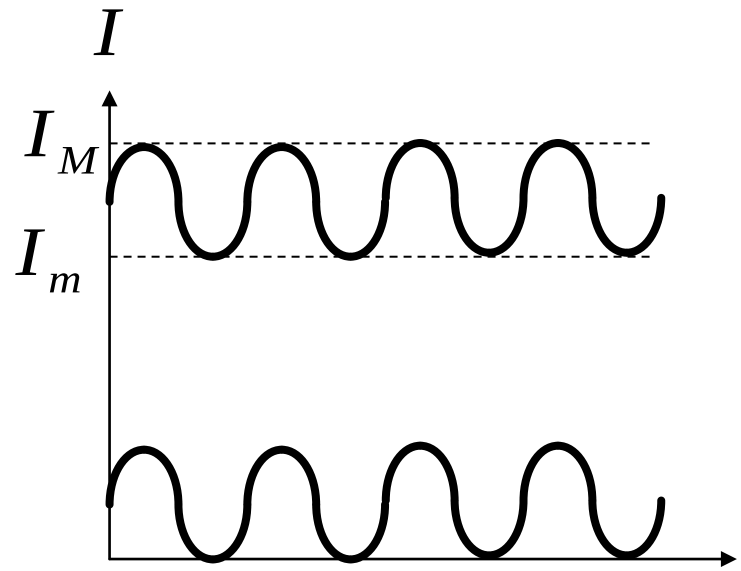
反衬度（可见度，visibility）：在接收屏上一选定的区域中，取光强最大值和最小值，有

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad 0 \le \gamma \le 1$$

对于两束光的干涉：

$$I_{\max} = (A_1 + A_2)^2, I_{\min} = (A_1 - A_2)^2$$

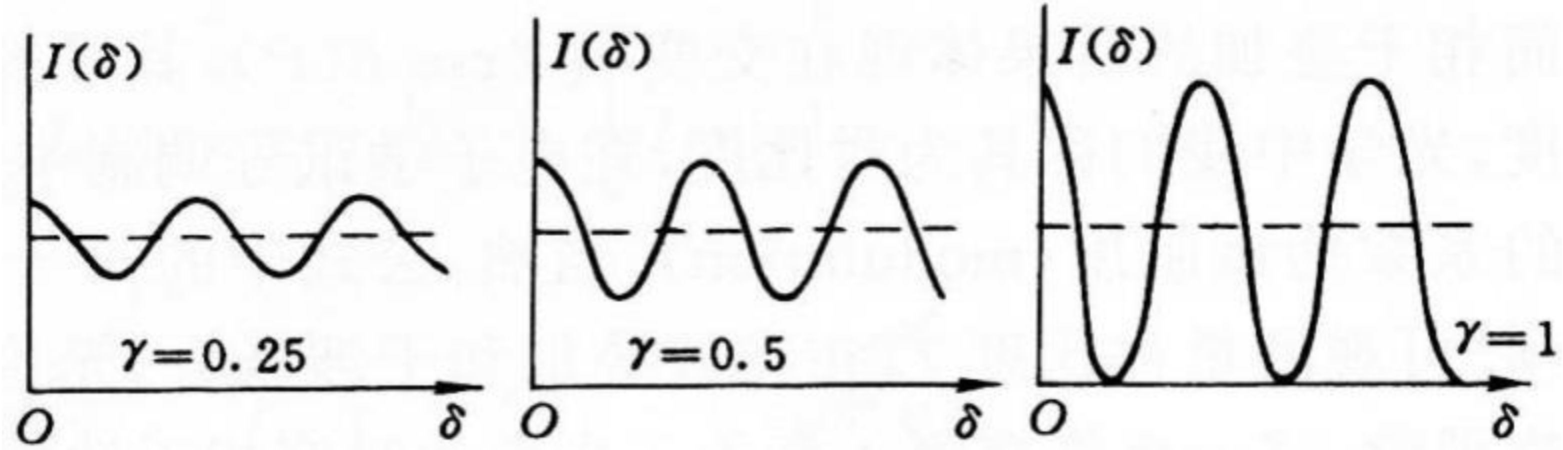
$$\gamma = \frac{2\vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2}{I_1 + I_2} = \frac{2\dfrac{A_1}{A_2}}{1 + (\dfrac{A_1}{A_2})^2}$$



此时：$I = I_0(1 + \gamma\cos\delta)$

其中：$I_0 = I_1 + I_2$

3.4 干涉的反衬度

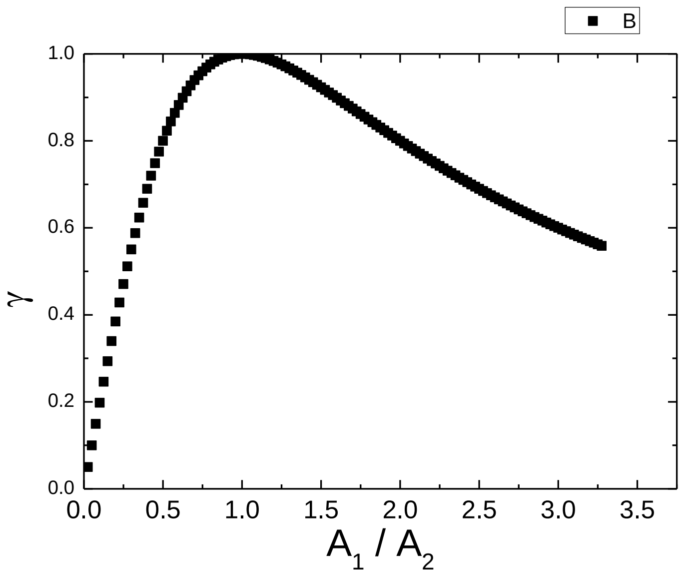


3.4 干涉的反衬度

一个值得思考的问题，要得到清晰可见的干涉图样除了基本的三个条件之外，还需要什么条件？

1. 由反衬度可知：振幅比不能过大。

$$\gamma = \frac{2\dfrac{A_1}{A_2}}{1+(\dfrac{A_1}{A_2})^2}$$



2. 传播方向间的夹角不能过大：光是横波，为了使两束光矢量间的平行分量占主要部分，非相干的垂直分量占次要部分，以保证有较高的可见度，需要双光束满足傍轴条件。

作业

p.169: 1, 2, 3

重排版：p.124：1，2，3

光是波 ⇄ 波的干涉

(稳定)干涉的条件：

1.相同的频率；
2.存在平行的振动分量；
3.相位差稳定。

存在不可区分性

干涉条纹反衬度（可见度）：

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

$\gamma = 1$ 暗纹全黑，干涉条纹反差最大

$0 < \gamma < 1$ 暗纹非全黑

$\gamma = 0$ 完全无暗纹，无干涉

第二章 波动光学基本原理

第四节 两个点源的干涉

第四节 两个点源的干涉

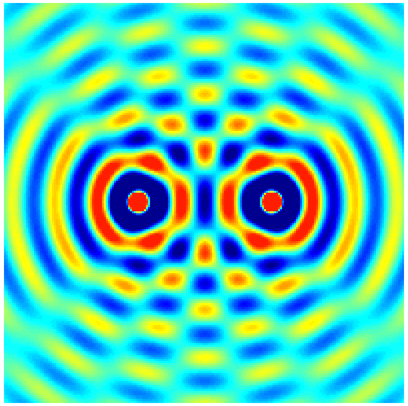
4.1 两列球面波的干涉

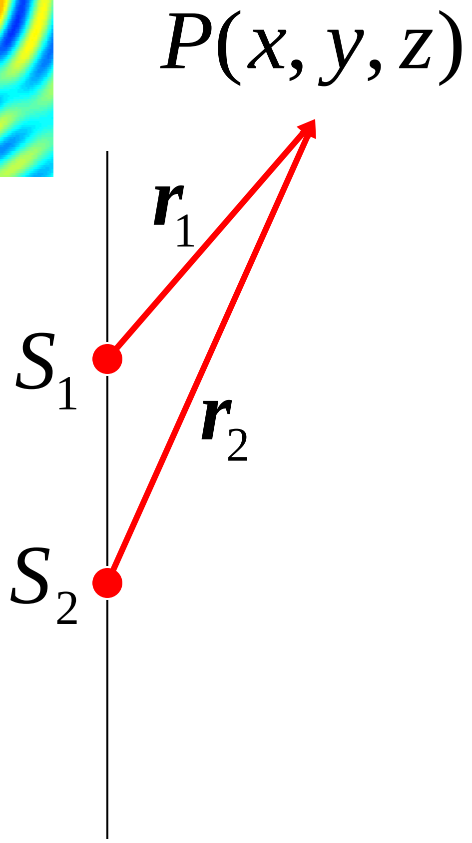
4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

4.1 两列球面波的干涉

点源 S_1 和 S_2 发出球面波，在场点 P 相遇





$$\psi_1 = A_1 \cos(k_1 r_1 - \omega t + \varphi_{10})$$

$$= A_1 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} n_1 r_1 - \omega t + \varphi_{10})$$

$$\psi_2 = A_2 \cos(k_2 r_2 - \omega t + \varphi_{10})$$

$$= A_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} n_2 r_2 - \omega t + \varphi_{10})$$

4.1 两列球面波的干涉

空间任一点 P 的强度

$$I(p)=I_1(p)+I_2(p)+2\sqrt{I_1(p)I_2(p)}\cos\delta(p)$$

强度相等的两个点源 S_1, S_2，考虑远场 $r_1, r_2 >> \left|S_1S_2\right|$

则有： $A_1(p)\approx A_2(p)=A$

并设：$\varphi_{10}-\varphi_{20}=0$

$$I(p)=4A^2\cos^2\left(\frac{\delta(p)}{2}\right)$$

此时 $\delta(p)=\dfrac{2\pi}{\lambda}(n_2r_2-n_1r_1)$ 光程差 $\Delta L=n_2r_2-n_1r_1$

4.1 两列球面波的干涉

如果在真空中，则有：

$$\delta(p)=\frac{2\pi}{\lambda}(r_1-r_2)=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

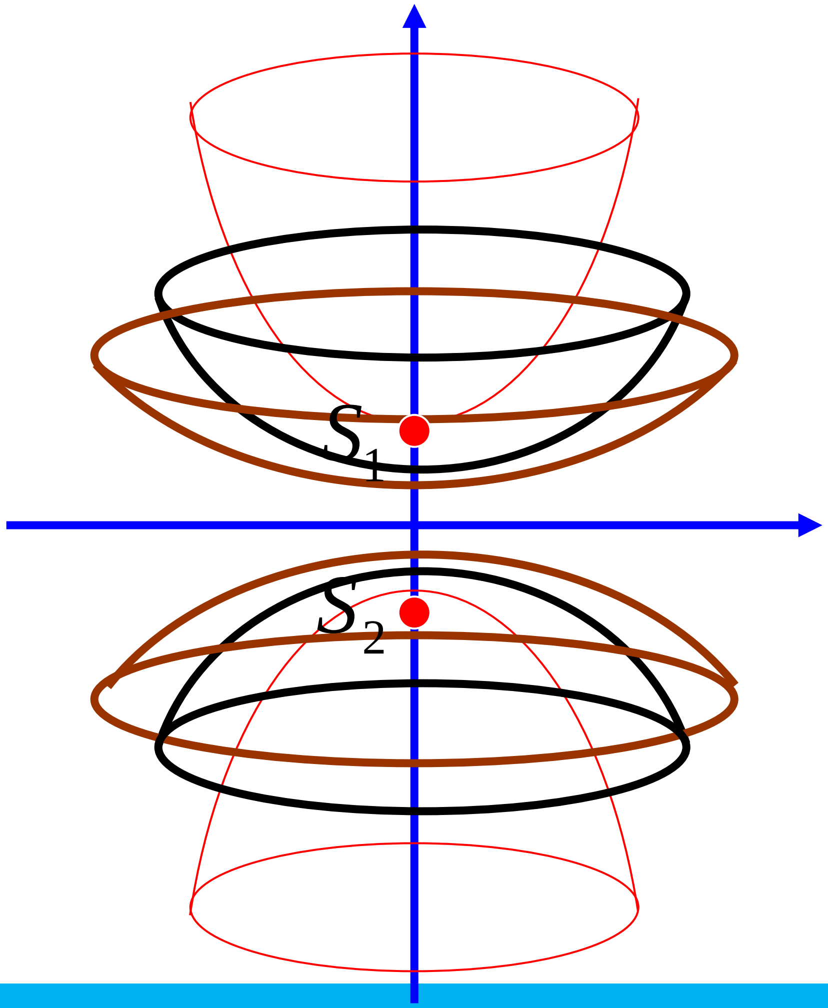
条纹为：

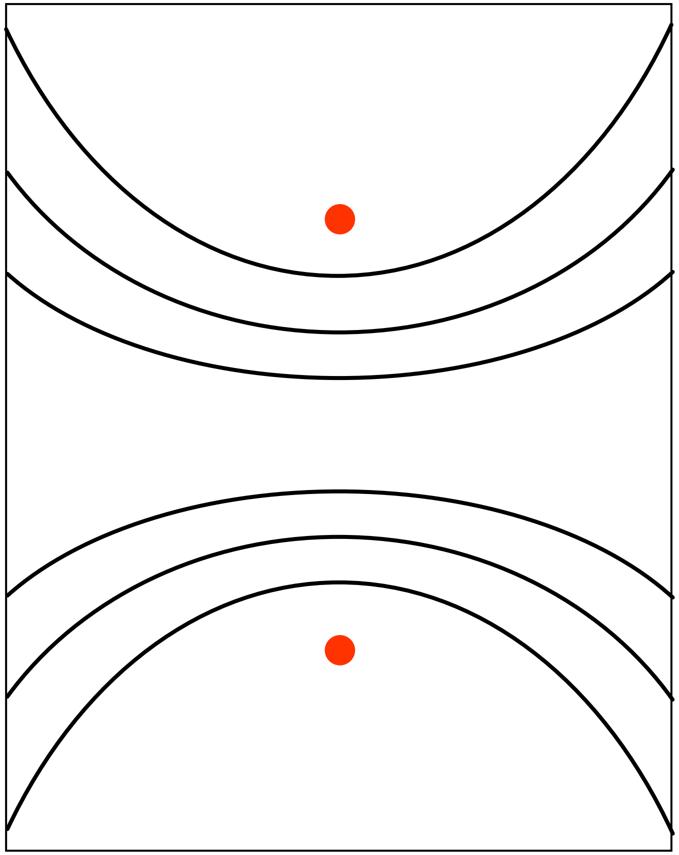
$$\begin{cases}\text{极大：}\ \Delta L=j\lambda\\ \text{极小：}\ \Delta L=(j+1/2)\lambda\end{cases}$$

j =0，±1， ± 2， ± 3， ± 4，…… ，干涉级数

4.1 两列球面波的干涉

等强面为回转双曲面，接收屏上为双曲线，明暗交错分布，干涉条纹是非定域的，空间处处可见。



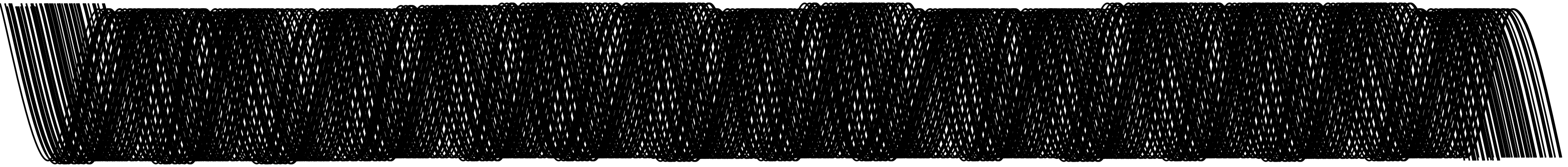


4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

相干光的获得

1. 普通光源是热辐射或自发辐射
2. 单位时间内发出大量随机的波列
3. 所发出的波列之间相位无关联
3. 即使波长相等，也是非相干的

- 定态光波场中，任意的两列波之间的相位差都是稳定的；
- 但是，由于波场中有无数的波列，相位可以取任意值；
- 总的效果，相位所起的作用被抵消了，即干涉项消失了



4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

★对于其中标记为 m、n 的任意两列定态光波，叠加后

$$I_{mn} = A_m^2 + A_n^2 + 2A_m A_n \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \cos\Delta\varphi_{mn} \mathrm{d}t = A_m^2 + A_n^2 + 2A_m A_n \cos\Delta\varphi_{mn}$$

$$\sum_{m,n} I_{mn} = \sum_{m,n}\left(A_m^2 + A_n^2\right) + \sum_{m,n} 2A_m A_n \cos\Delta\varphi_{mn} = \sum_{m}\left(A_m^2 + A_n^2\right)$$

- 对于波场而言，干涉项消失
- 各处光强平均，没有明暗分布，没有干涉
- 这就是普通光源发光过程无法控制的结果
- 光源中大量的原子，随机发光。不同原子发出的光波是不相干的。
- 同一原子在不同时刻所发出的光波也是不相干的。

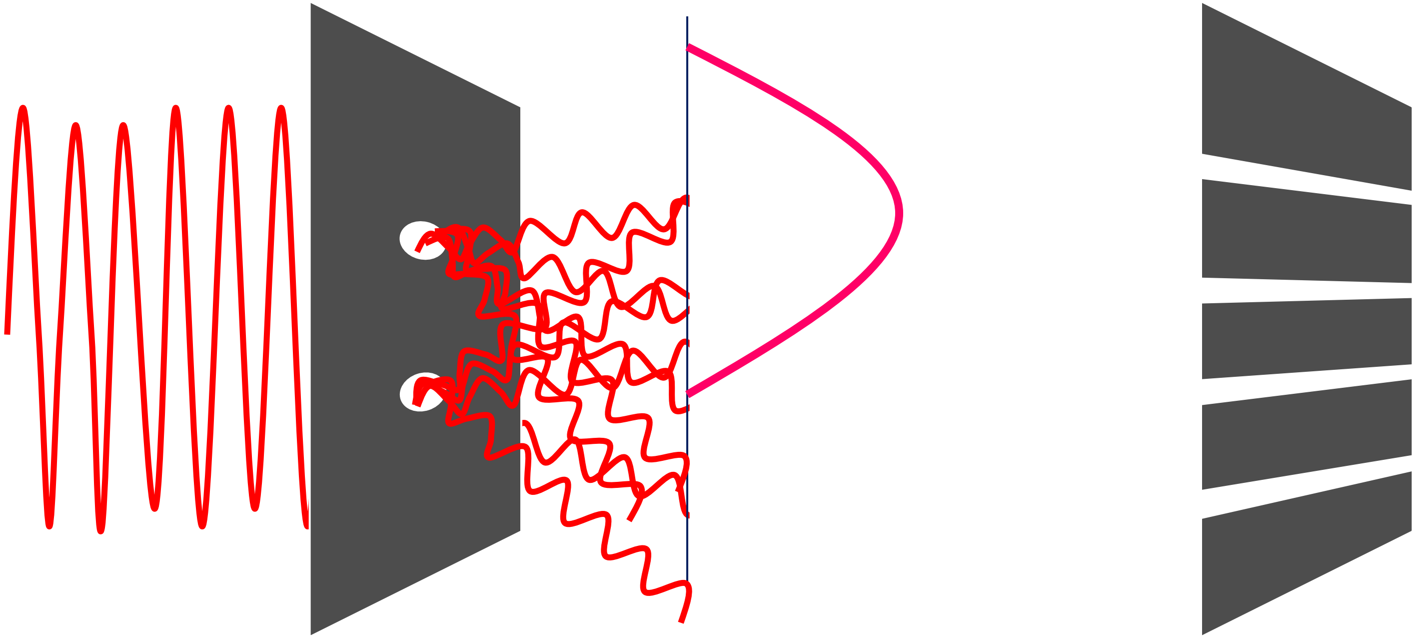
4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

- 如果只有不是很多的一些波列，则干涉是可以实现的
- 但实际上做不到
- 只有将每一列波都分为几部分，然后进行叠加
- 这几部分是相干的，所以是相干叠加，就可以实现干涉

获取相干光的办法—“自己与自己相干”

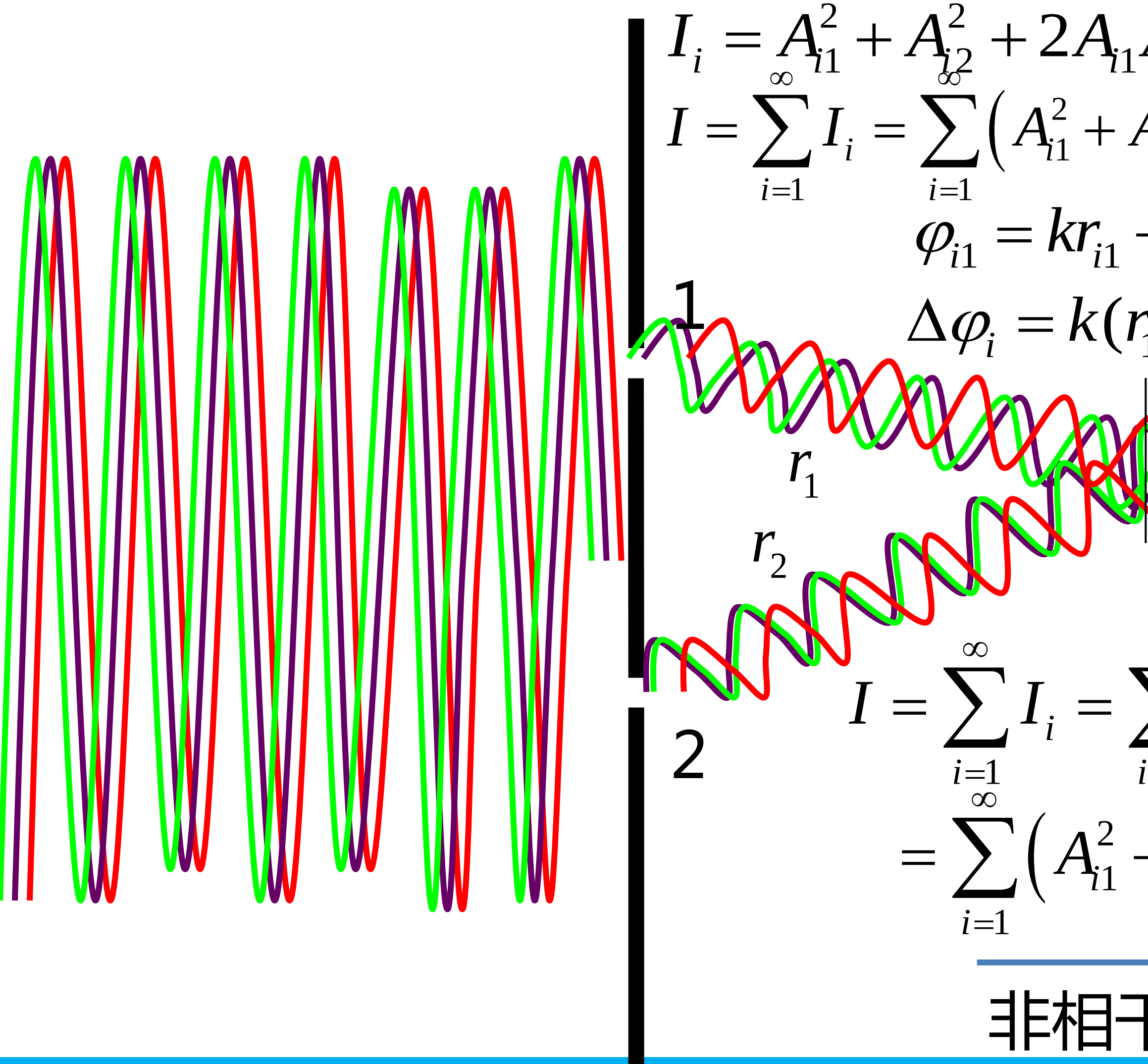
4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

- 挡板上的孔、缝将一列波分成了几列
- 是相干的，进行干涉



4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

不同波列之间的非相干叠加



$$I_i = A_{i1}^2 + A_{i2}^2 + 2A_{i1}A_{i2}\cos\Delta\varphi_i$$ 相干叠加

$$I = \sum_{i=1}^{\infty} I_i = \sum_{i=1}^{\infty}\left(A_{i1}^2 + A_{i2}^2 + 2A_{i1}A_{i2}\cos\Delta\varphi_i\right)$$ 非相干叠加

$$\varphi_{i1} = kr_{i1} + \varphi_{i10} \qquad \varphi_{i2} = kr_{i2} + \varphi_{i20}$$

$$\Delta\varphi_i = k(r_1 - r_2) + (\varphi_{i10} - \varphi_{i20}) = \Delta\varphi(P)$$

同一装置，所有波列相位差相等

$$I = \sum_{i=1}^{\infty} I_i = \sum_{i=1}^{\infty}\left(A_{i1}^2 + A_{i2}^2 + 2A_{i1}A_{i2}\cos\Delta\varphi\right)$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty}\left(A_{i1}^2 + A_{i2}^2\right)}_{\text{非相干叠加}} + \underbrace{2\cos\Delta\varphi(P)\sum_{i=1}^{\infty} A_{i1}A_{i2}}_{\text{干涉项}\neq 0}$$

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

对杨氏干涉的评价

★简单：只有一个分光波的装置。

★巧妙：1、自身之间相干叠加；2、不同波列之间光强叠加（非相干）。

★深刻：1、找到了相干光；2、干涉是自身的一部分与另一部分的线性叠加；3、这是量子力学的基石之一。

★十大“最美的物理学实验”之首（双缝干涉应用于电子干涉实验，1961）、第五位（光干涉实验）。

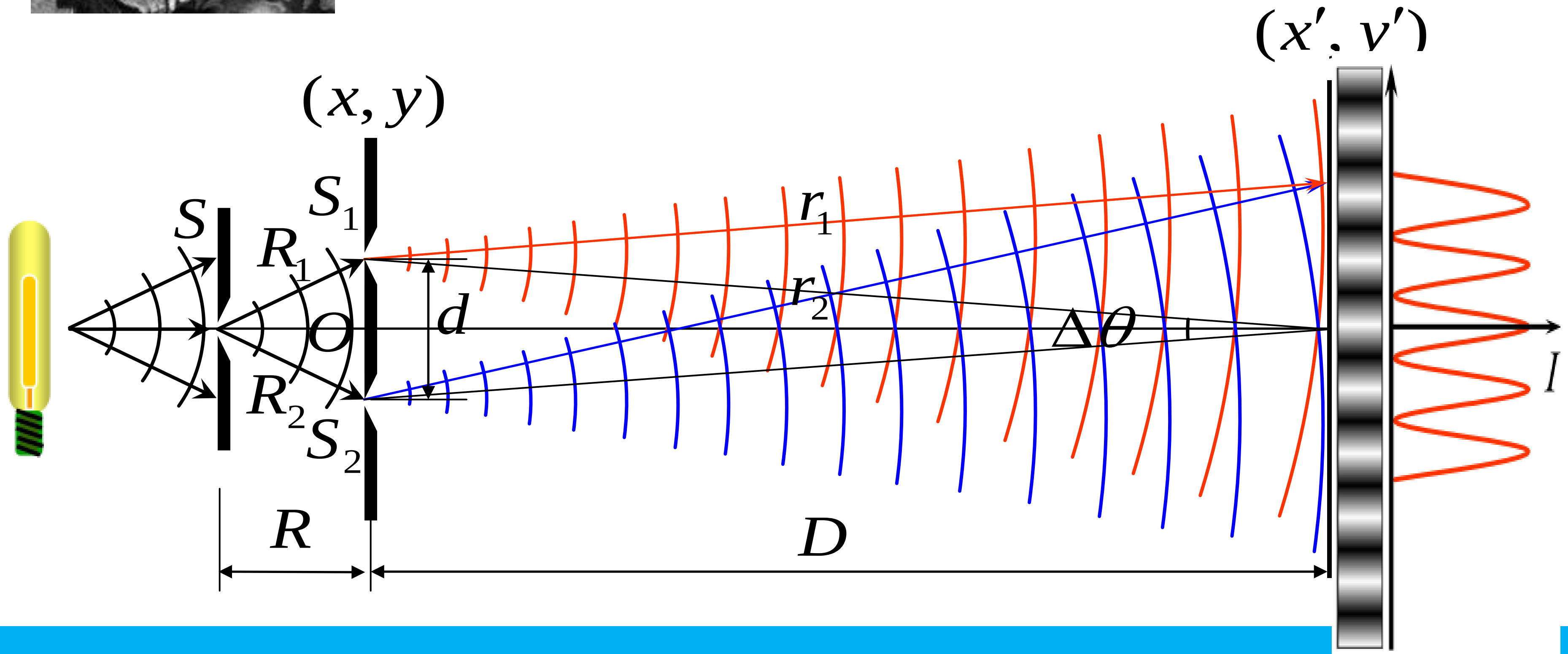
4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

实验装置的一般参数：

双孔间隔：$d\sim 0.1-1mm$

横向观察范围：$\rho\sim 1-10cm$

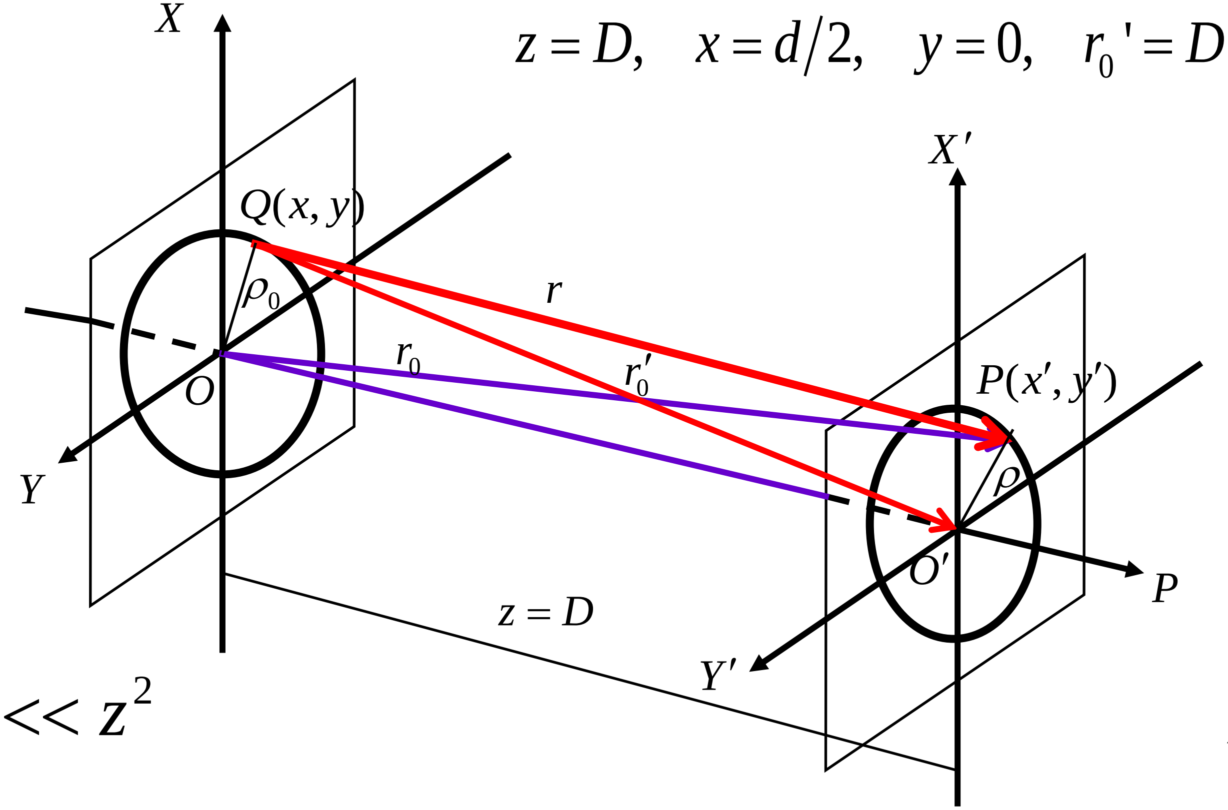
幕与双孔的距离：$D\sim 1-10m$



4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

点源与接收场都满足傍轴条件： $d^2 << D^2, \quad \rho^2 << D^2$

$$z = D, \quad x = d/2, \quad y = 0, \quad r_0' = D + \frac{(d/2)^2}{2D}$$



$\rho_0^2 << z^2$

$\rho^2 << z^2$

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

$$r_1=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$

$$z=0 \qquad z'=D$$

$$r_1=\sqrt{x^2+y^2+x'^2+y'^2+D^2-2(xx'+yy')}$$

$$=\sqrt{\rho_0^2+x'^2+y'^2+D^2-2(xx'+yy')}$$

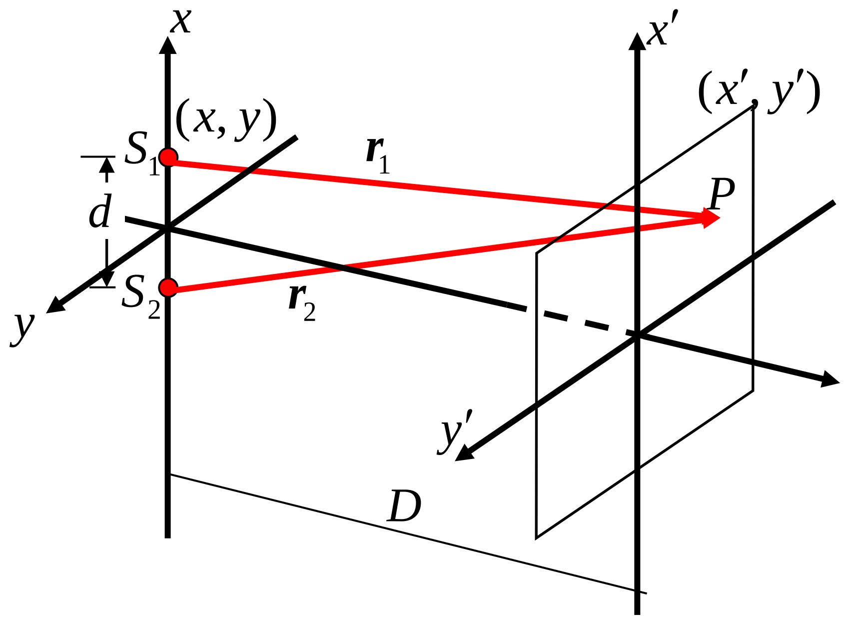
$$=D\sqrt{1+\frac{\rho_0^2+x'^2+y'^2}{D^2}-\frac{2(xx'+yy')}{D^2}}$$

$$\approx D+\frac{\rho_0^2+x'^2+y'^2}{2D}-\frac{xx'+yy'}{D}$$

$$x=d/2 \qquad y=0$$

$$r_1=D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}-\frac{d}{2D}x'$$

$$r_2=D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}+\frac{d}{2D}x'$$



两列波在P点的振幅

A/D

两列波在P点的相位

kr_1、 kr_2

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

$$\tilde{U}_1(x',y')=\frac{A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}\exp(\frac{-ikd}{2D}x')$$

$$\tilde{U}_2(x',y')=\frac{A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}\exp(\frac{ikd}{2D}x')$$

合成的复振幅为 $\tilde{U}(x',y')=\tilde{U}_1(x',y')+\tilde{U}_2(x',y')$

$$=\frac{A}{D}[\exp(\frac{-ikd}{2D}x')+\exp(\frac{ikd}{2D}x')]\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}$$

$$=\frac{2A}{D}\cos(\frac{kd}{2D}x')\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}$$

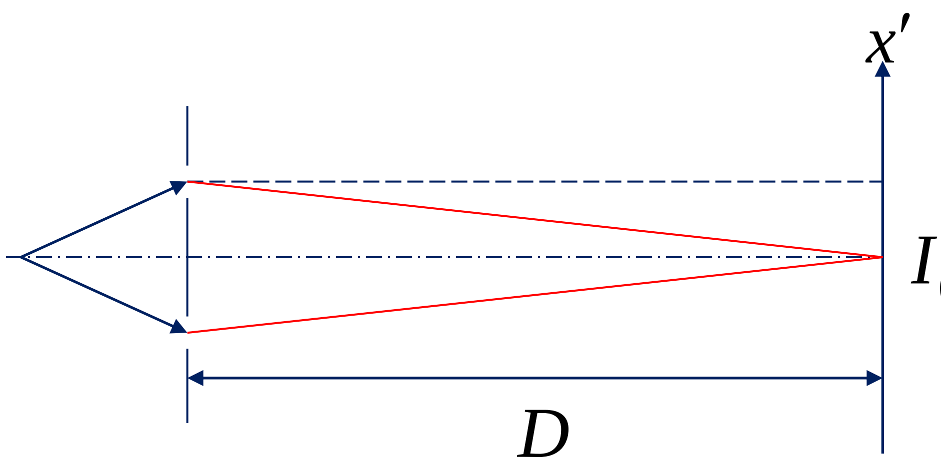
$$e^{i\theta}+e^{-i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta+\cos\theta-i\sin\theta=2\cos\theta$$

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

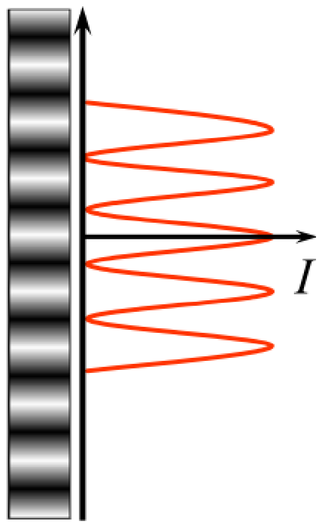
强度分布：

$$I(x',y')=\left(\frac{2A}{D}\right)^2\cos^2\left(\frac{kd}{2D}x'\right)=4\left(\frac{A}{D}\right)^2\cos^2\left(\frac{kd}{2D}x'\right)=4I_0\cos^2\left(\frac{kd}{2D}x'\right)$$

其中： $I_0=\left(\dfrac{A}{D}\right)^2$ 从一个孔中出射的光波在屏中心的强度



I_0 $4I_0$



利用次光源分解，巧妙地获得了相干光源!

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

i）干涉条纹的形状：

在傍轴条件下，等强线是一组与y’轴平行的直线

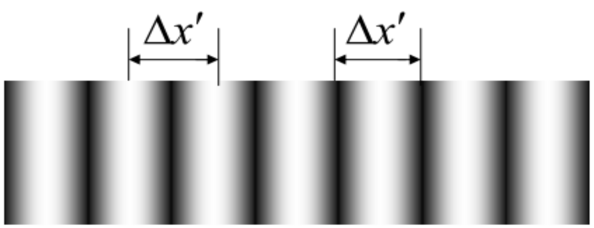
干涉相长（亮条纹）

$$\frac{kd}{2D}x' = j\pi \Rightarrow x' = j\pi\frac{2D}{kd} = j\frac{D}{d}\lambda$$

干涉相消（暗条纹）

$$\frac{kd}{2D}x' = (2j+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x' = (2j+1)\frac{\pi}{2}\frac{2D}{kd} = \frac{2j+1}{2}\frac{D}{d}\lambda$$

ii）干涉条纹间距



$$\Delta x' = \lambda D/d, \quad \Delta\theta \approx d/D$$ 双缝对场点的张角

$$\Delta x' \approx \lambda/\Delta\theta,$$ 或 $$\Delta x'\Delta\theta \approx \lambda$$

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

例：HeNe激光（l=632.8nm）照射间隔0.5mm的双孔，2m处平面上干涉条纹的间距，是波长的多少倍

$$\lambda = 632.8nm \approx 0.6\mu m, \quad d = 0.5mm, \quad D = 2m$$

$$\Delta x' = \lambda D/d \approx 2.4mm$$

$$\frac{\Delta x'}{\lambda} = D/d = 4\times 10^3 \text{倍}$$

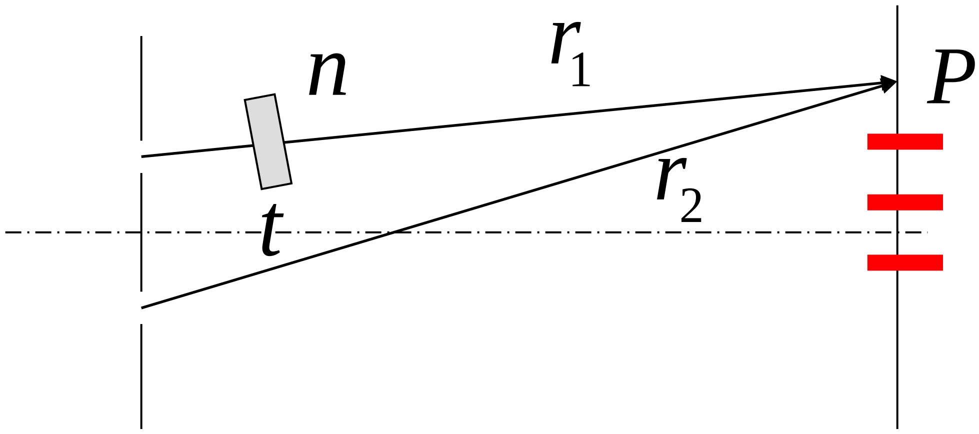
4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验

例：（1）光源和接收屏之间充满介质

$$x' = j\frac{D}{d}\frac{\lambda}{n}$$

相邻亮（暗）条纹间隔 $\Delta x' = \frac{D}{d}\frac{\lambda}{n}$

（2）在其中一个狭缝处放入云母片

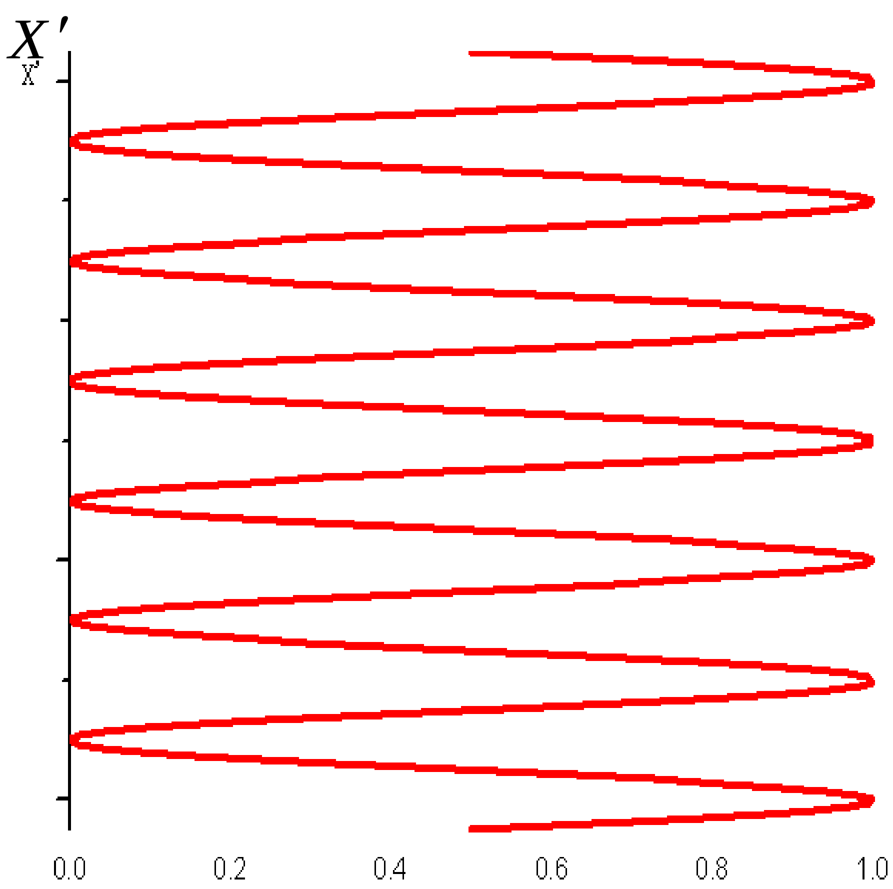


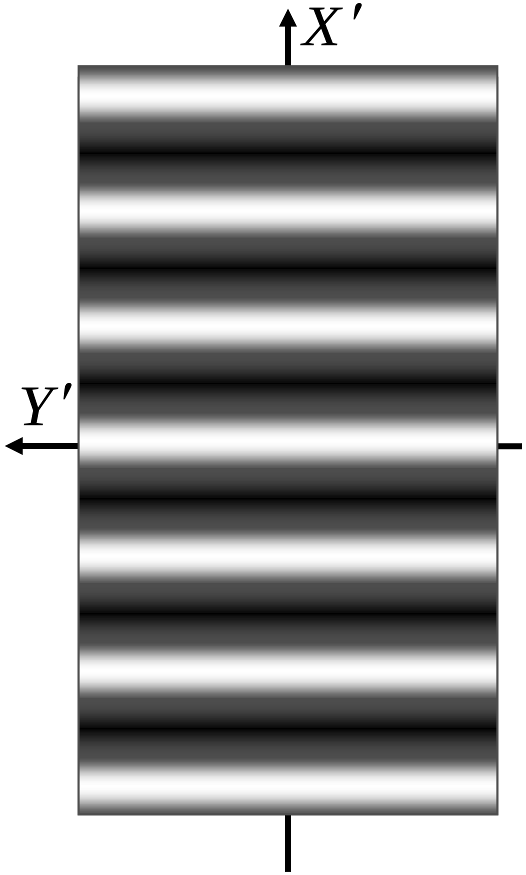
$$r_1' = r_1 - t + nt$$
$$= r_1 + (n-1)t$$
$$\Delta L(P) = (r_1 - r_2) + (n-1)t$$

光程差每改变1个波长，条纹移动1个间隔

思考：加入云母片之后，条纹发生什么变化？

4.2 杨氏（T. Young，1801）双缝实验





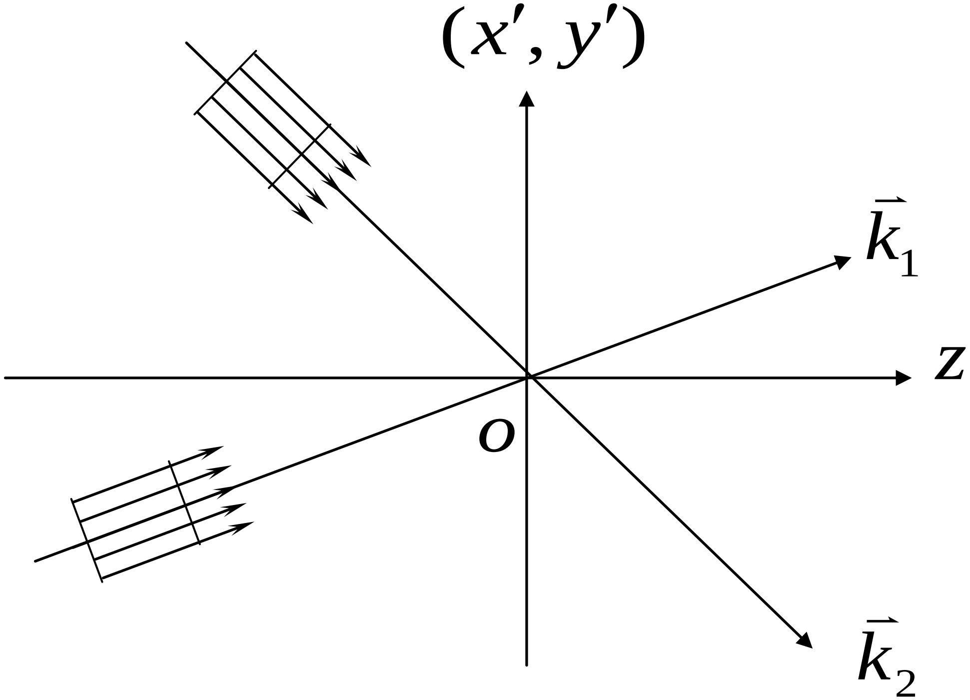
思考：如果入射光为非单色光，条纹会出现什么情况？

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

例：两列同频率单色光照射在z=0的波前上，振幅分别为A_1，A_2；初相位为φ_{10}，φ_{20}，

两束平行光束的传播方向角为：

$$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1), \quad (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2),$$



4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

$$\boldsymbol{k}=k(\cos\alpha\boldsymbol{e}_x+\cos\beta\boldsymbol{e}_y+\cos\gamma\boldsymbol{e}_z)\qquad \boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$$

在 z=0 的波前上：

$$\begin{cases}\varphi_1(x',y')=k(x'\cos\alpha_1+y'\cos\beta_1)-\varphi_{10}\\ \varphi_2(x',y')=k(x'\cos\alpha_2+y'\cos\beta_2)-\varphi_{20}\end{cases}$$

$$\delta(x',y')=kx'(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)+ky'(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$
$$+\varphi_{20}-\varphi_{10}$$

$$I(x',y')=(A_1^2+A_2^2)\{1+\gamma\cos[kx'(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$
$$+ky'(\cos\beta_1-\cos\beta_2)+\varphi_{20}-\varphi_{10}]\}$$

反衬度：$\gamma=\dfrac{2A_1/A_2}{1+(A_1/A_2)^2}=\dfrac{2A_1A_2}{A_1^2+A_2^2}$

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

$$\delta(x',y') = kx'(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) + ky'(\cos\beta_1 - \cos\beta_2) + \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

$$= \begin{cases} 2j\pi & \text{亮纹} \\ (2j+1)\pi & \text{暗纹} \end{cases}$$

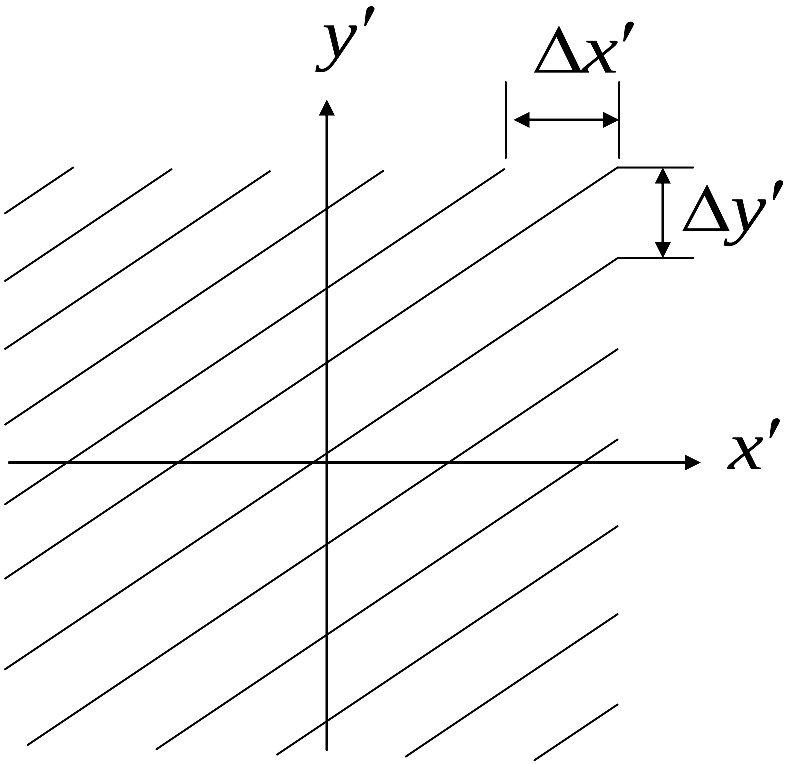
亮暗条纹都是等间隔的平行直线，形成平行直线族，斜率为

$$-\frac{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1}{\cos\beta_2 - \cos\beta_1}$$

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

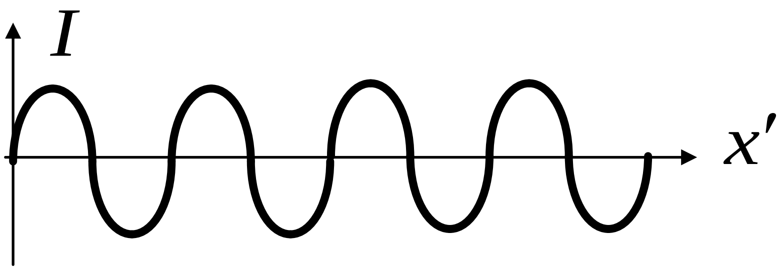
i）干涉条纹的间隔

$$\begin{cases} \Delta x' = \dfrac{2\pi}{k(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)} = \dfrac{\lambda}{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2} \\ \Delta y' = \dfrac{2\pi}{k(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)} = \dfrac{\lambda}{\cos\beta_1 - \cos\beta_2} \end{cases}$$



ii）他们的倒数代表单位长度内的条纹数：**条纹的空间频率**

$$\begin{cases} f_{x'} = \dfrac{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2}{\lambda} \\ f_{y'} = \dfrac{\cos\beta_1 - \cos\beta_2}{\lambda} \end{cases}$$



4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

例：两束相干的平行HeNe激光（λ=632.8nm），传播方向在 xz 面内，与 z 轴夹角$\theta_1=\pi/6$，$\theta_2=-\pi/4$，求干涉条纹的间距和空间频率？

间距：

$$\Delta x' = \frac{\lambda}{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2} = \frac{\lambda}{\sin\theta_1 - \sin\theta_2}$$

$$= \frac{632.8nm}{\sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{4}} \approx 0.524\mu m$$

空间频率：

$$f_{x'} = \frac{1}{\Delta x'} = \frac{1}{0.524\mu m} \approx 1896mm^{-1}$$

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

同上题，如想获得低频20mm^{-1} 的干涉条纹，求两平行光的夹角。

空间频率：

$$f_{r'} = \frac{\sin\theta_1 - \sin\theta_2}{\lambda} \approx \frac{\theta_1 - \theta_2}{\lambda} = \frac{\Delta\theta}{\lambda}$$

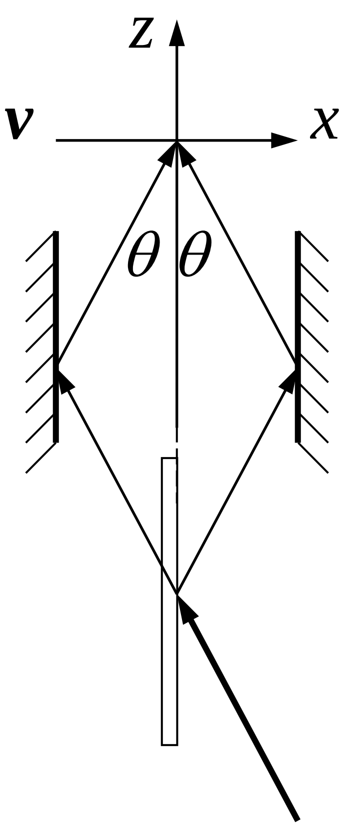
夹角：

$$\Delta\theta \approx f_{r'}\lambda = 20 \times 632.8\frac{nm}{mm} \approx 0.013rad \approx 45'$$

大夹角⇔高空间频率，小夹角⇔低空间频率

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

例：为测量粒子的速度，用两列波长为λ的相干光照射粒子的路径，并使入射方向与路径法线间成θ角。记录反射光信号。接收器每秒收到n个反射光的信号，求粒子速度。



两列光在xy平面上的相位分布可表示为

$$\varphi_1 = \boldsymbol{k}_1 \cdot \boldsymbol{r} = \frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta \boldsymbol{e}_x + 0\boldsymbol{e}_y + \cos\theta \boldsymbol{e}_z)\cdot(x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z)$$

$$\varphi_2 = \boldsymbol{k}_2 \cdot \boldsymbol{r} = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\sin(-\theta)\boldsymbol{e}_x + 0\boldsymbol{e}_y + \cos\theta \boldsymbol{e}_z\right]\cdot(x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z)$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} x\sin\theta \qquad \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} x\sin\theta$$

在xy平面上亮纹 $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} x\sin\theta = 2j\pi$

平面上亮纹间距 $\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$

信号频率 $n = \frac{v}{\Delta x}$ 粒子速度 $v = n\Delta x = \frac{n\lambda}{2\sin\theta}$

4.3 两束平行光的干涉，空间频率的概念

干涉的特点

- 干涉是一列一列分立的光波之间的相干叠加
- 干涉是一列光波自己和自己的干涉
- 干涉的结果，使得光的能量在空间重新分布，形成一系列明暗交错的干涉条纹
- 干涉之后的光波场仍然是定态波场
- 干涉条纹的反衬度包含了振幅信息，条纹形状、间隔等几何信息反映了干涉光束之间的相位差信息。因此干涉图样相当于记录了波前的振幅比和相位差信息。（全息记录）

作业

p.180: 2, 3, 5, 7,8

重排版：p.131: 2, 3, 5, 7,8

下次课（9月29日上午三四节课）为习题课！！！

本节重点

1. 干涉点源的制备方法
2. 杨氏双缝干涉的原理、条纹特点和计算
3. 空间频率的概念