

# 第三章 光的干涉

## (干涉装置, 光场的时空相干性)

### 第一节 分波前干涉装置

# 第一节 分波前干涉装置

## 1.1 相干光的获取方法概述

## 1.2 分波前干涉装置

## 1.3 干涉条纹的讨论

## 1.4 光场的空间相干性

# 1.1 相干光的获取方法概述

## 相干光所需满足的条件

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P)$$

1. 频率相同。 —任何波发生干涉的必要条件
2. 存在相互平行的振动分量。 —针对矢量波而言
3. 位相差 $\delta(P)$ 稳定。 —获得稳定干涉场的必要条件

对于光波这一微观客体来说，保持两列高频电磁波的相位恒定是很困难的问题，因此条件3也是光波干涉中研究的重点。干涉装置构造相干光的本质是**设法获得两个或多个相干的波列**。

# 1.1 相干光的获取方法概述

## 分波前法和分振幅法

**分波前法**：将点光源产生的波前横向分为两个部分，使其分别通过两个光具组，经衍射、反射和折射后交叠，在一定区域产生干涉场。

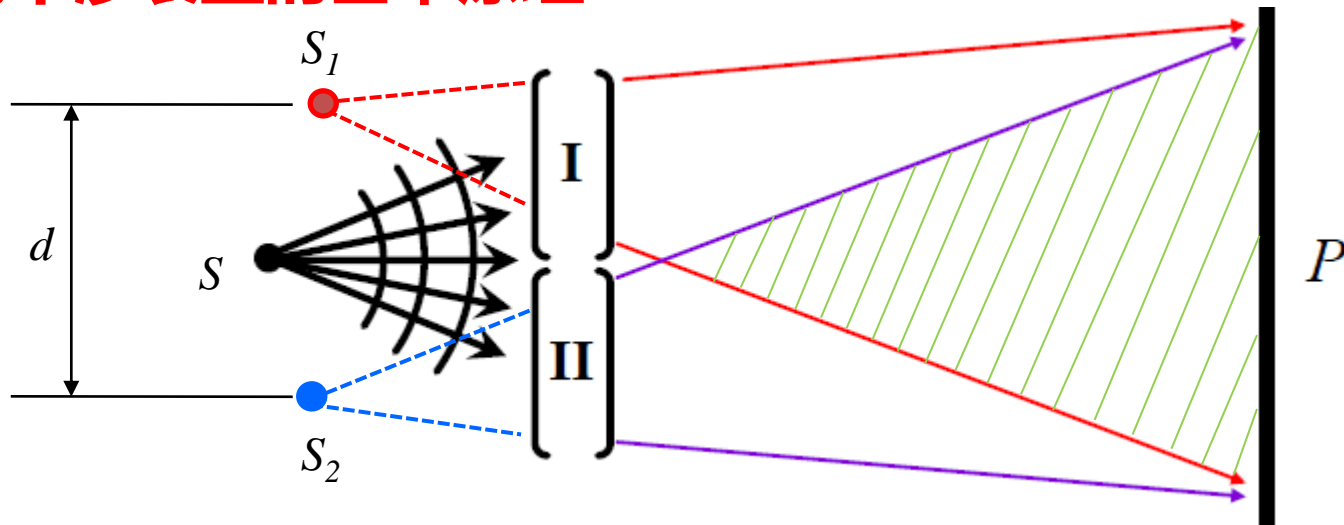
典型：杨氏双缝干涉。

**分振幅法**：让一束光透射到透明媒质的分界面上，光能流一部分透射、一部分反射，再通过反射镜等一系列光学元件，使反射和透射光发生交叠。

典型：薄膜干涉等。

# 1.2 分波前干涉装置

## 分波前干涉装置的基本原理



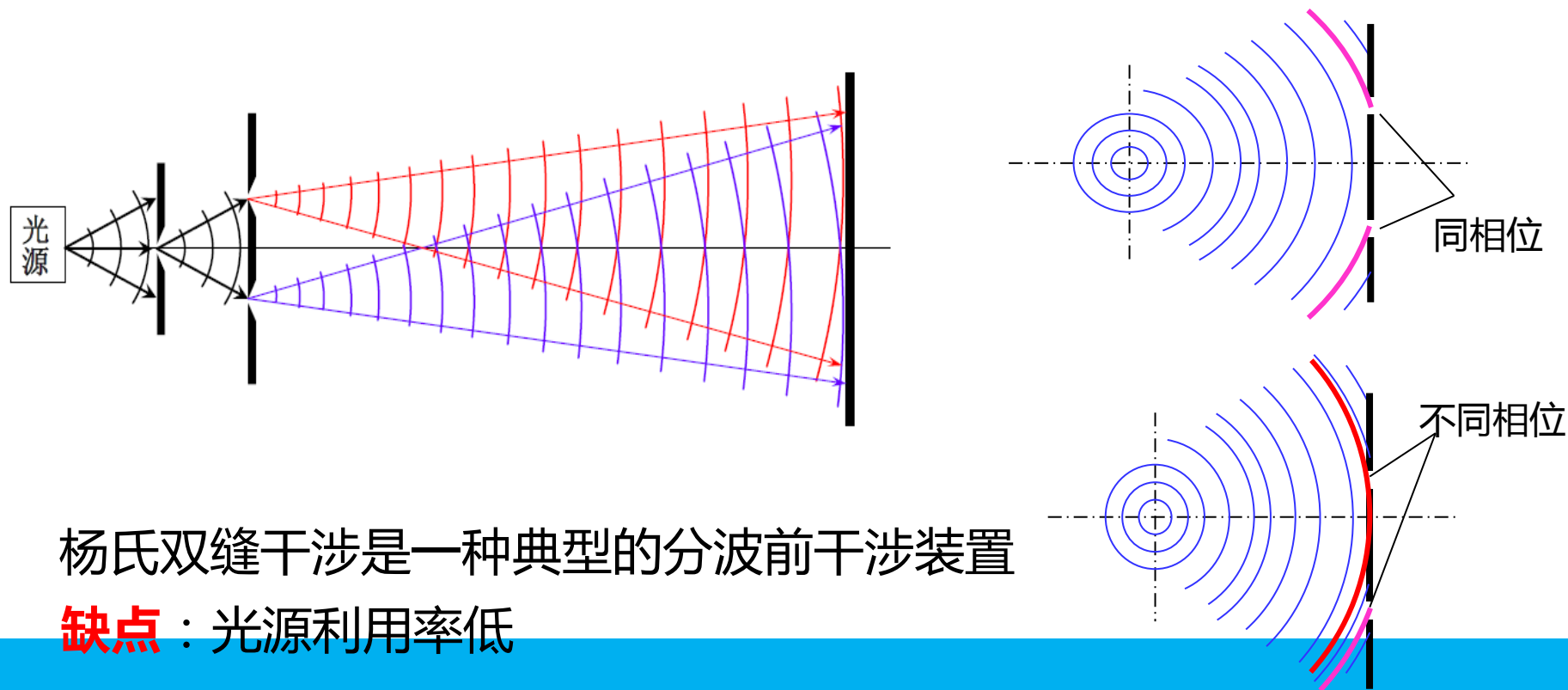
$$\begin{cases} \varphi_1(P) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} (SIP) \\ \varphi_2(P) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} (SIIP) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \Delta\varphi(P) = \frac{2\pi}{\lambda} [(SIIP) - (SIP)]$$

$\varphi_0$  不稳定  $\longrightarrow$   $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  不稳定  $\xrightarrow{SIIP - SIP \text{ 稳定}}$   $\Delta\varphi$  稳定

## 1.2 分波前干涉装置

### 分波前干涉装置的基本原理

分波前干涉的关键在于设法从波前上获得两个或多个相干的波列。分波前装置中的每一孔或每一个狭缝都是光波场中的一点，这些孔和狭缝的作用相当于在波前上取一点，或将波前分割。



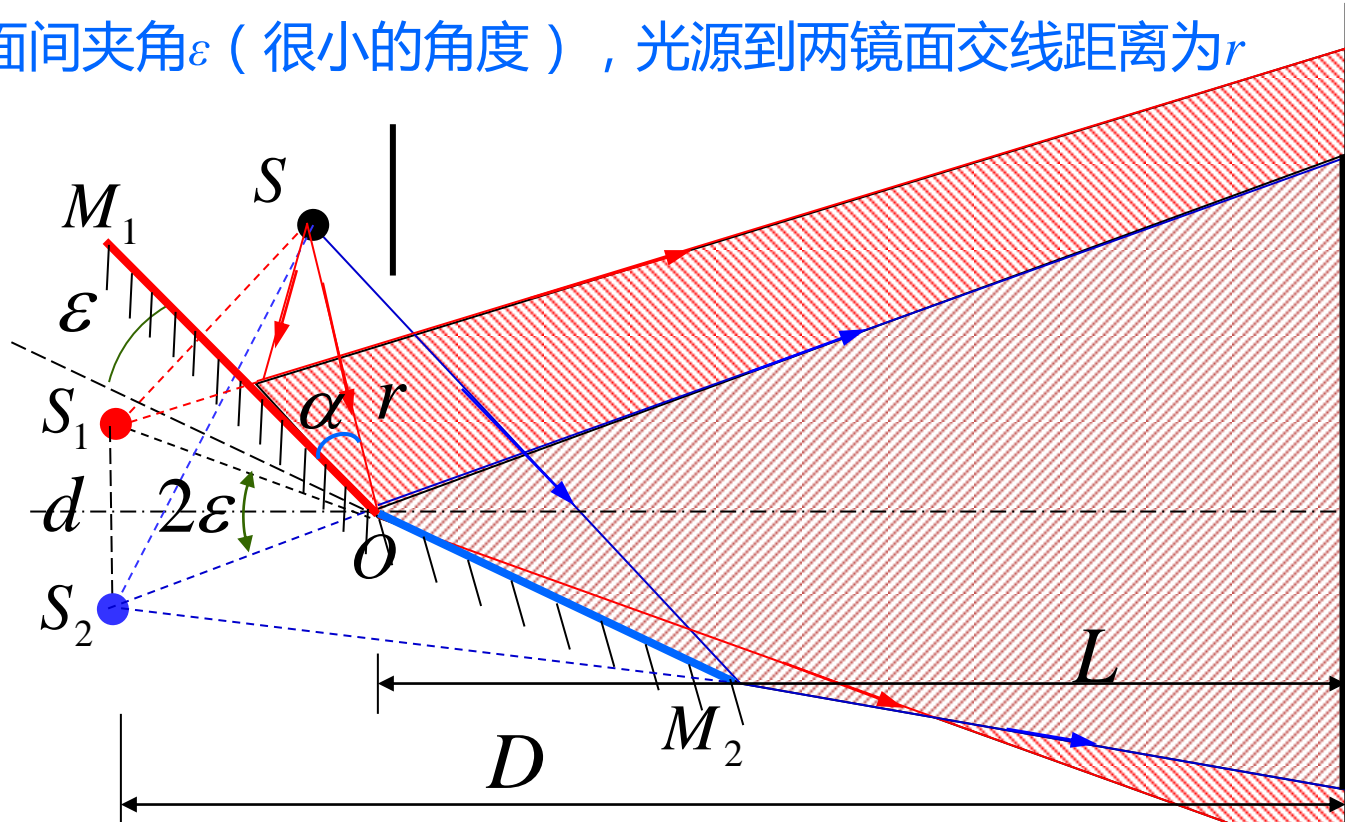
杨氏双缝干涉是一种典型的分波前干涉装置

**缺点：**光源利用率低

# 1.2 分波前干涉装置

## 菲涅耳 ( Fresnel ) 双面镜

两反射镜面间夹角 $\varepsilon$  ( 很小的角度 ) , 光源到两镜面交线距离为 $r$



重叠区域出现等距的平行干涉条纹

由图可见,  $\angle S_1OS = 2\alpha$ ,  $\angle S_2OS = 2\alpha + 2\varepsilon$ , 所以  $\angle S_1OS_2 = 2\varepsilon$

$$d = S_1S_2 = 2r \sin \varepsilon \approx 2\varepsilon r \quad D = L + r \cos \varepsilon \quad \Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

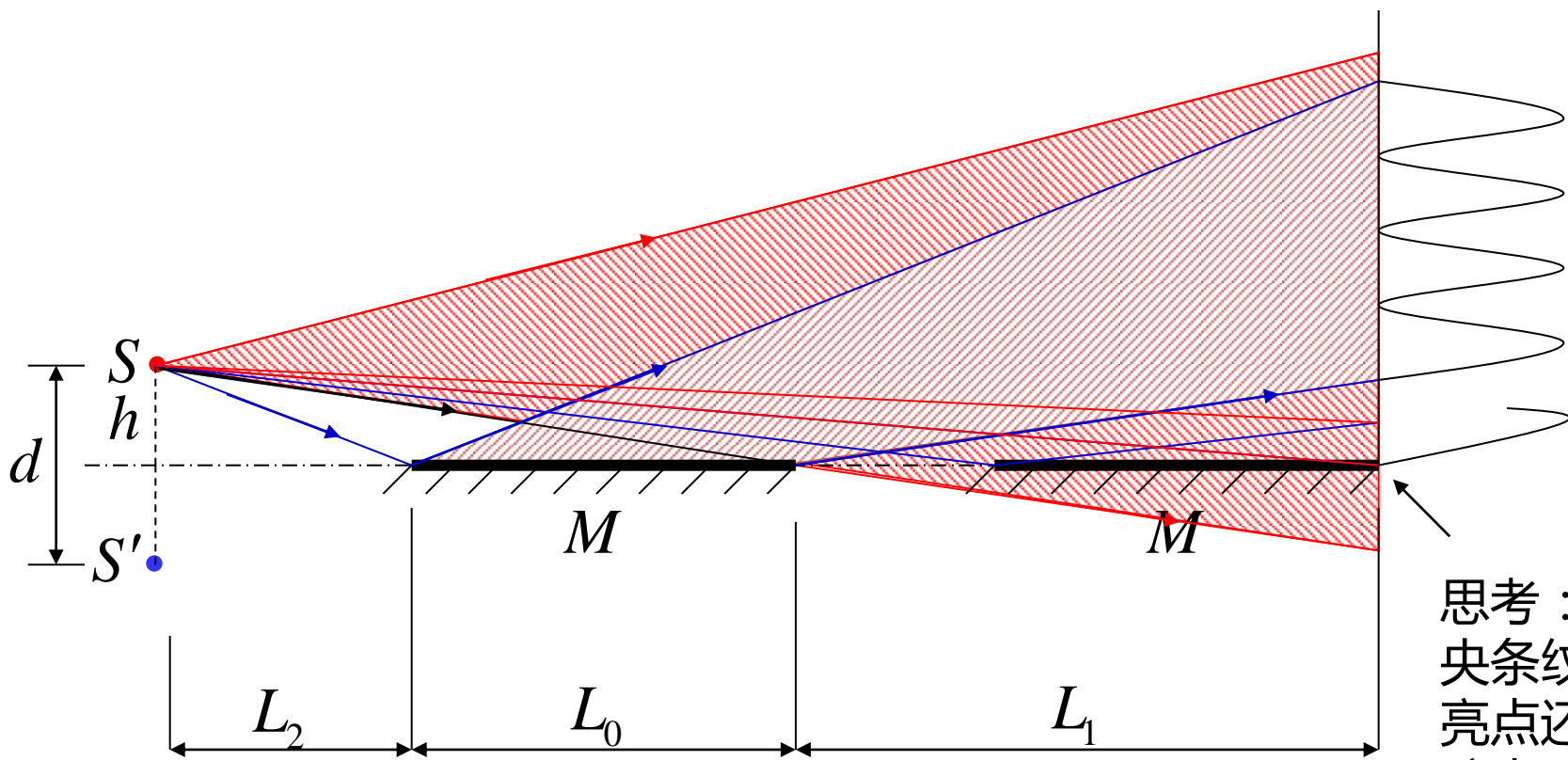
两光源间隔

光源到接收屏距离

条纹间距

# 1.2分波前干涉装置

## 洛埃德 ( Lloyd ) 镜

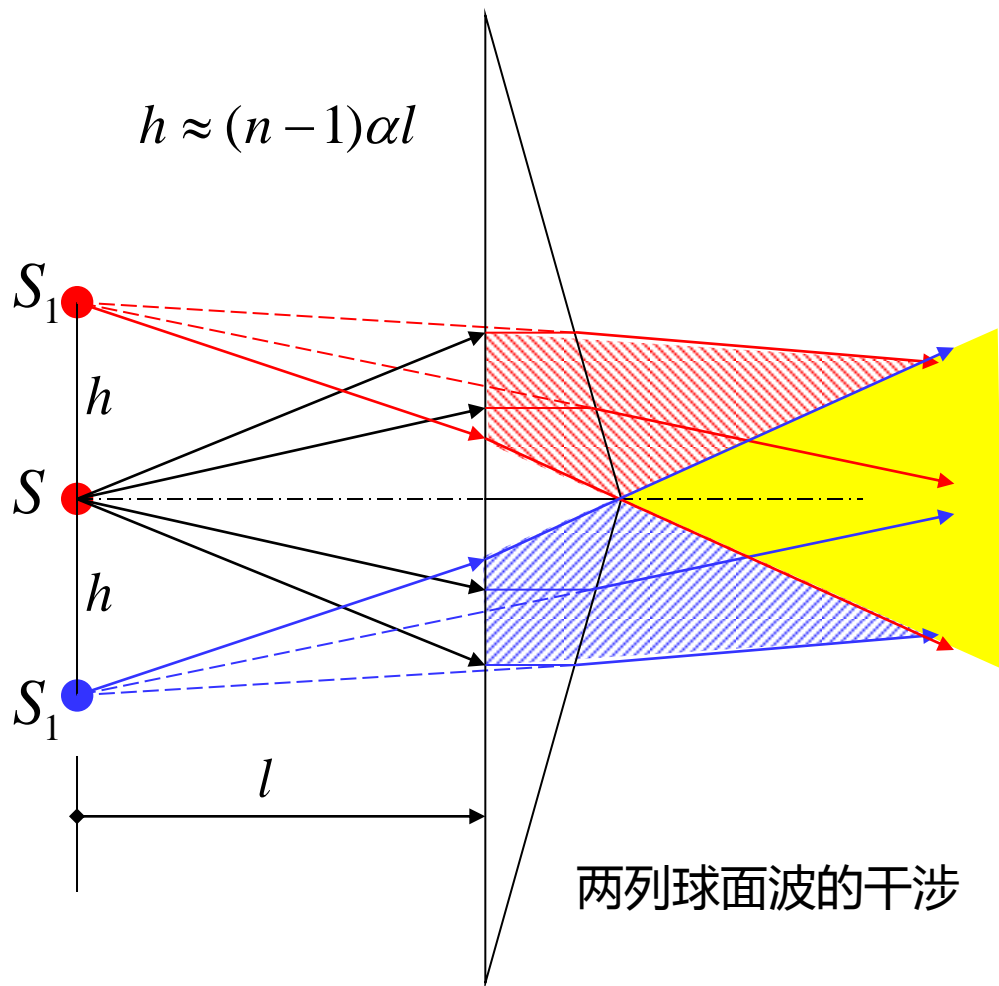
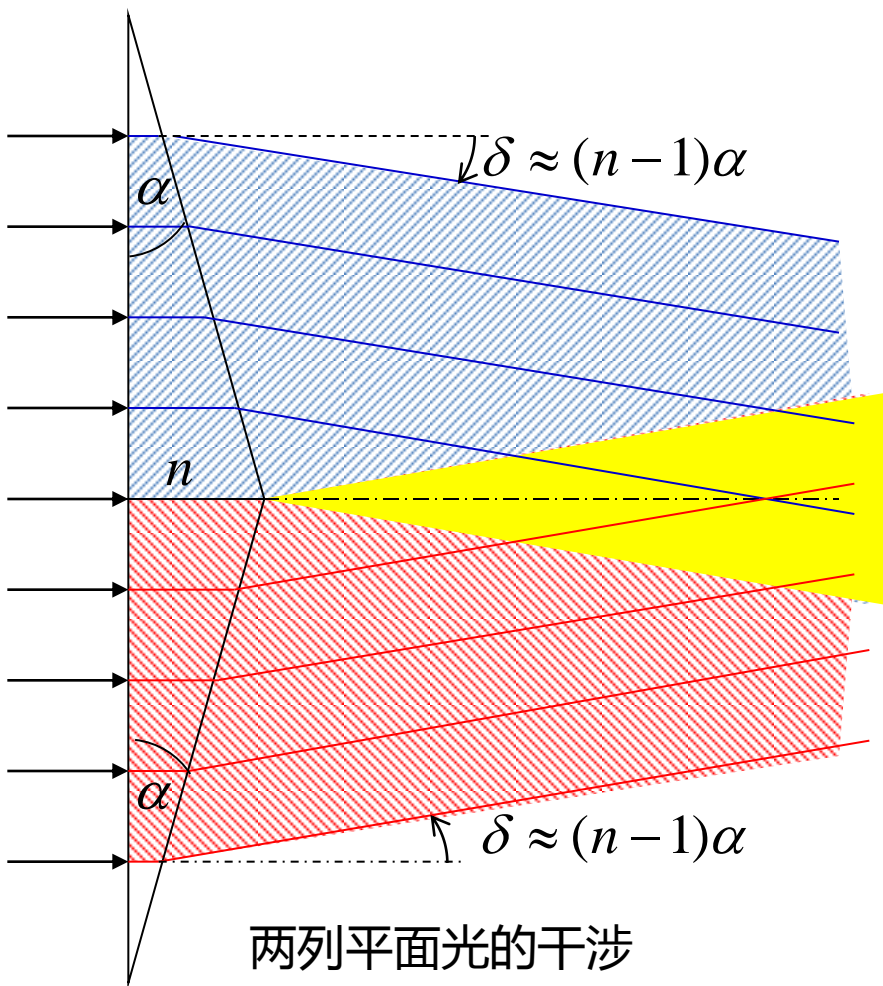


思考：中央条纹是亮点还是暗点？



# 1.2 分波前干涉装置

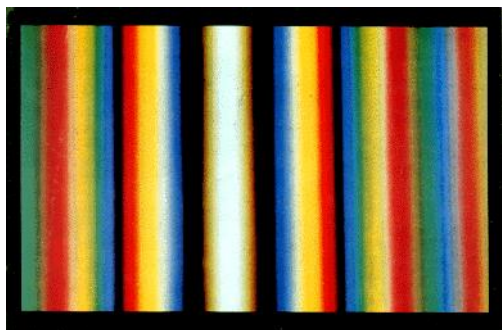
## 菲涅耳双棱镜



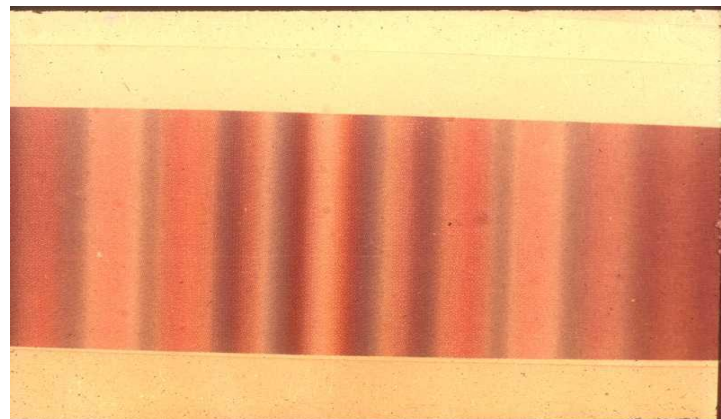
也可以将棱镜沿水平方向翻转，此时 $h$ 不变

# 1.2 分波前干涉装置

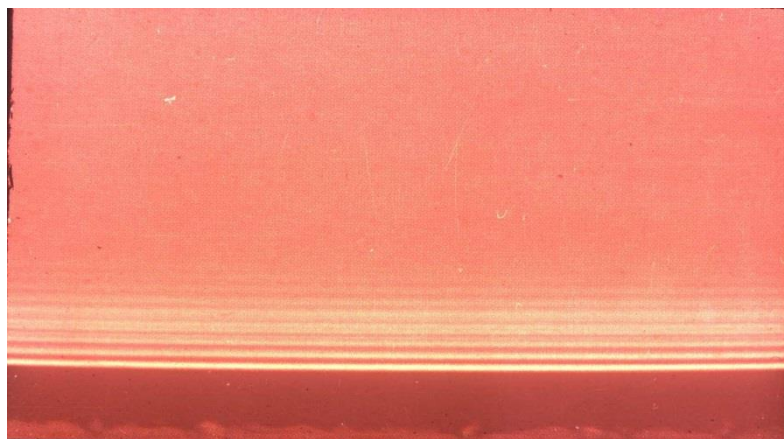
## 干涉花样的比较



杨氏双缝花样



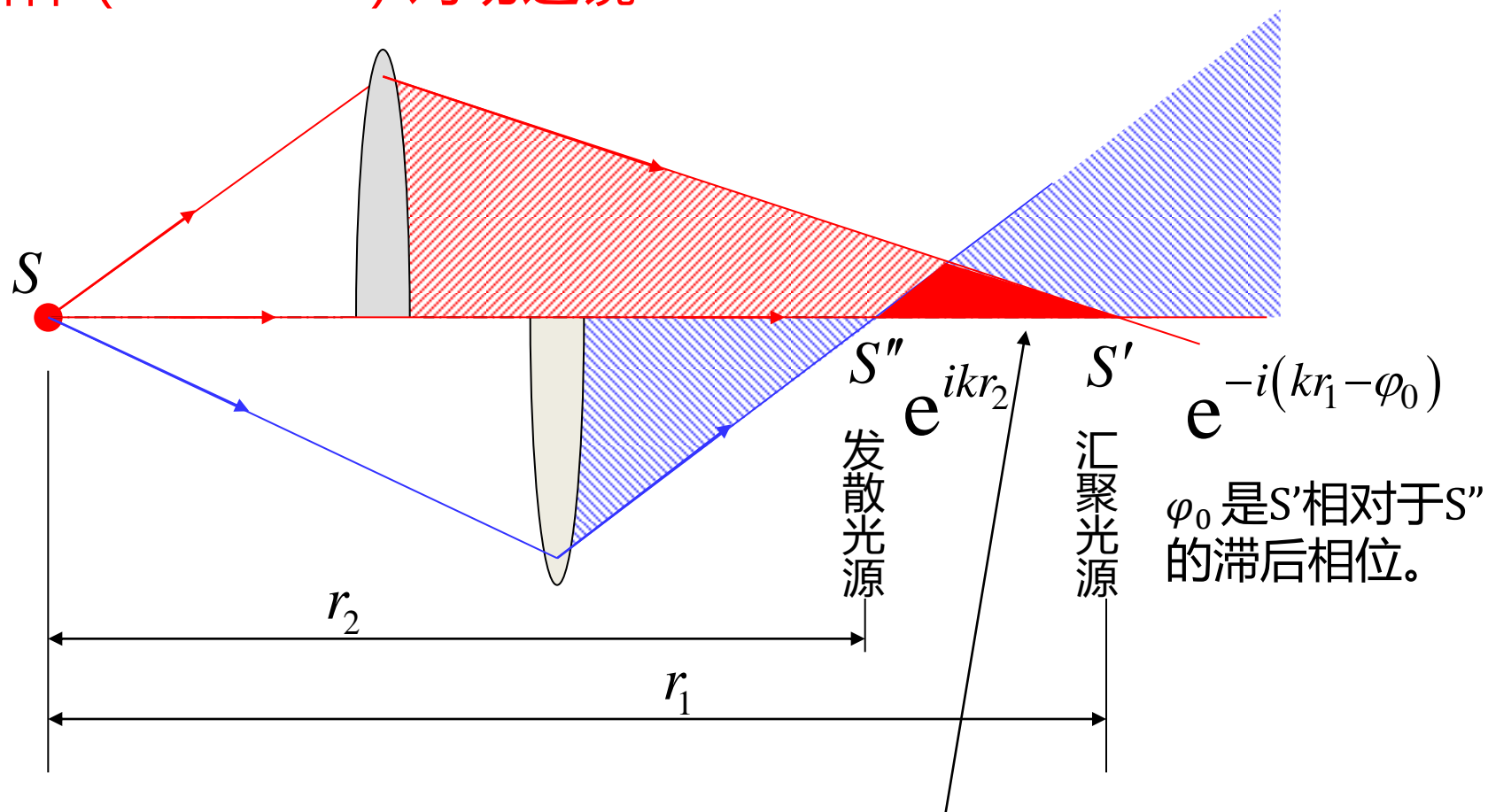
菲涅耳双棱镜花样



劳埃德镜花样

# 1.2 分波前干涉装置

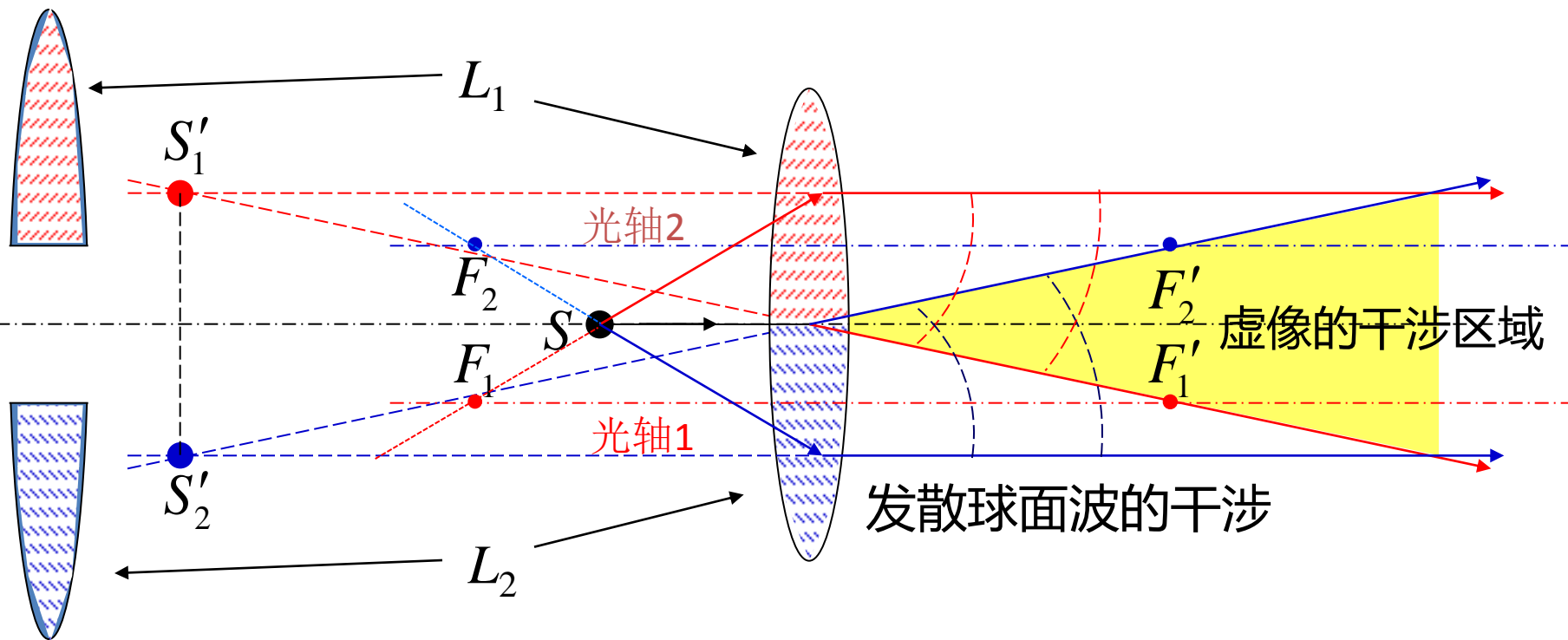
## 梅斯林 ( L. Meslin ) 对切透镜



在光轴上，两列波的光程相等，相位相等，因而是亮点

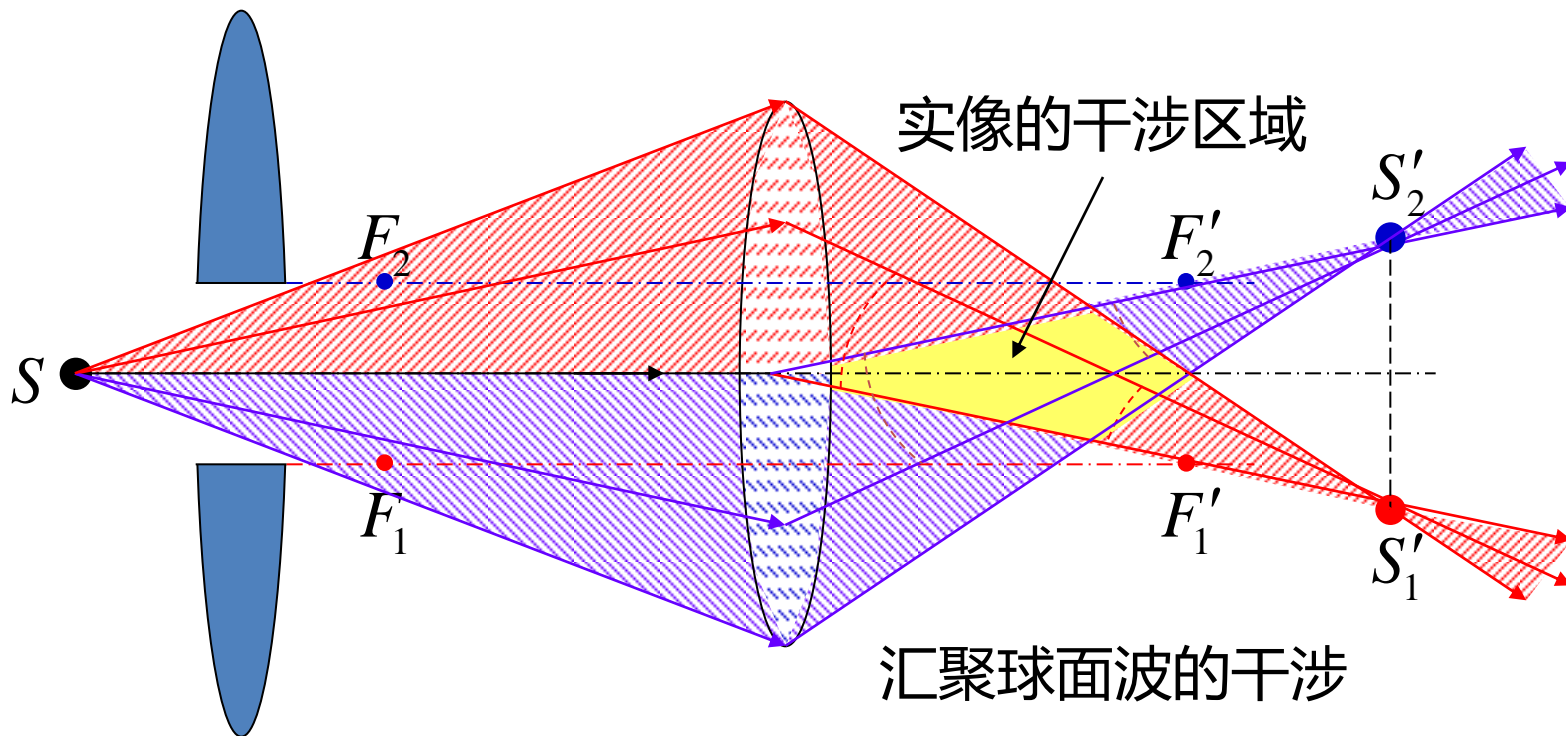
# 1.2 分波前干涉装置

## 比累(Billet)对切透镜—虚像干涉



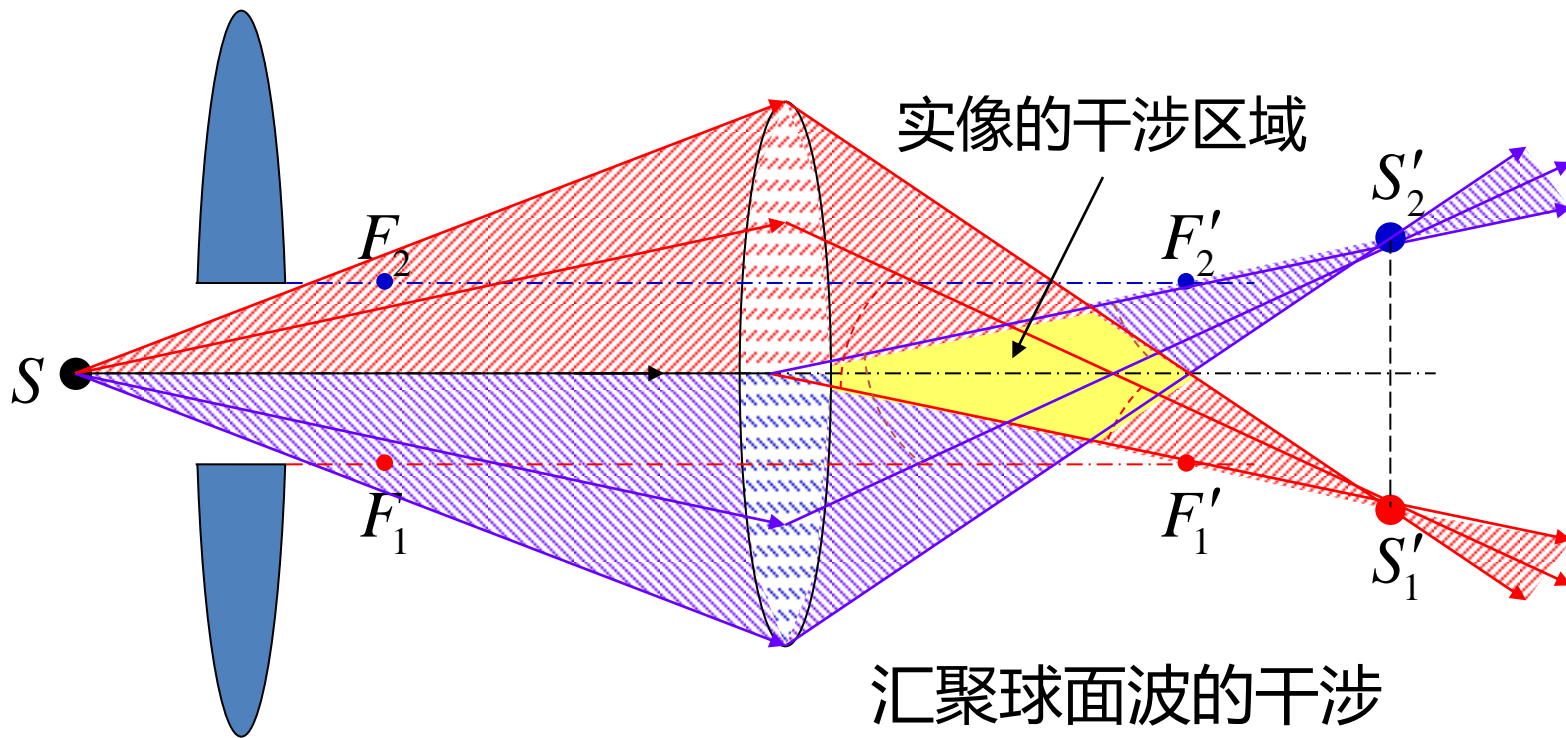
# 1.2 分波前干涉装置

## 比累(Billet)对切透镜—实像干涉



# 1.2 分波前干涉装置

## 比累(Billet)对切透镜—实像干涉



## 1.3 干涉条纹的讨论

(1) 条纹的形状和间距

(2) 光源移动对条纹的影响

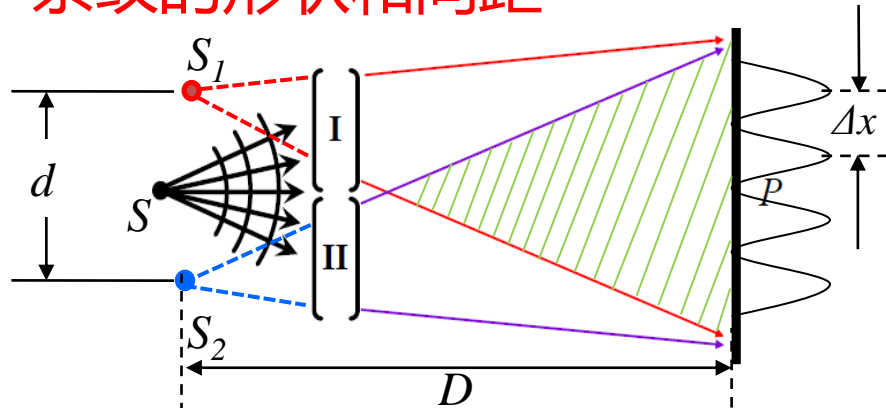
(3) 光源宽度对条纹的影响

(4) 缝宽对条纹的影响——衍射现象的分析

(将在光的衍射部分讨论)

# 1.3 干涉条纹的讨论

## 条纹的形状和间距



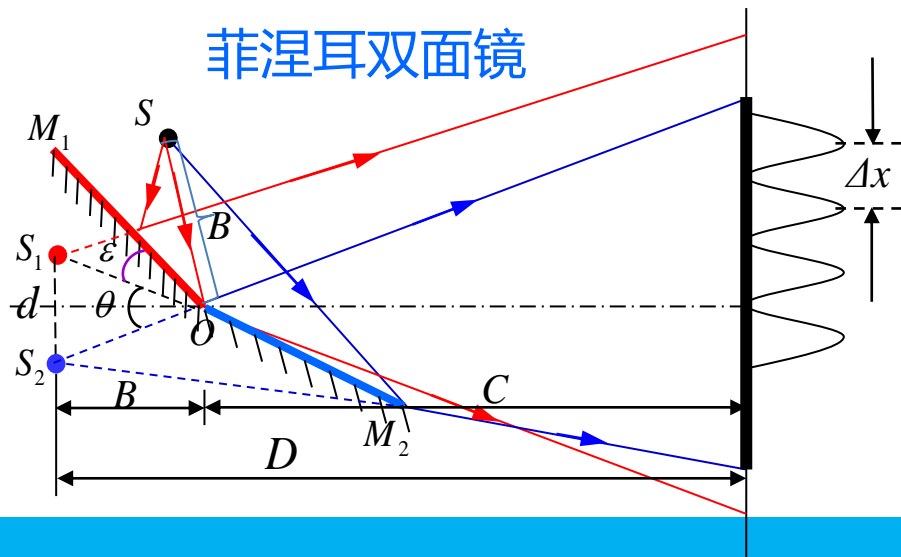
各种分波前干涉装置的等效

可类比于杨氏双缝干涉

(1) 干涉条纹是一组平行的直线条纹

(2) 条纹间距  $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

## 菲涅耳双面镜



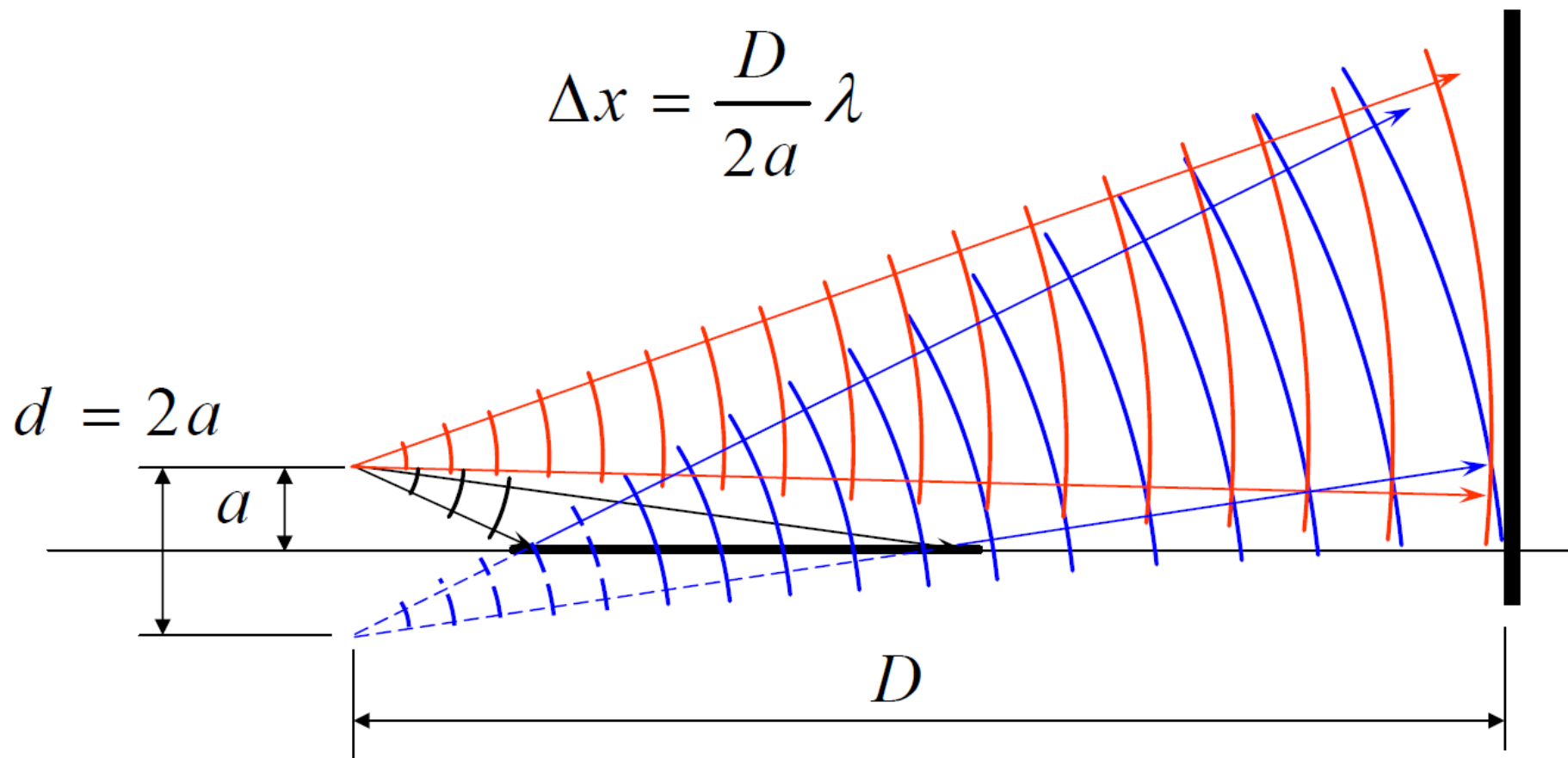
$$D = B + C$$

$$d = B\theta = B2\varepsilon$$

$$\Delta x = \frac{(B + C)}{2\varepsilon B} \lambda$$

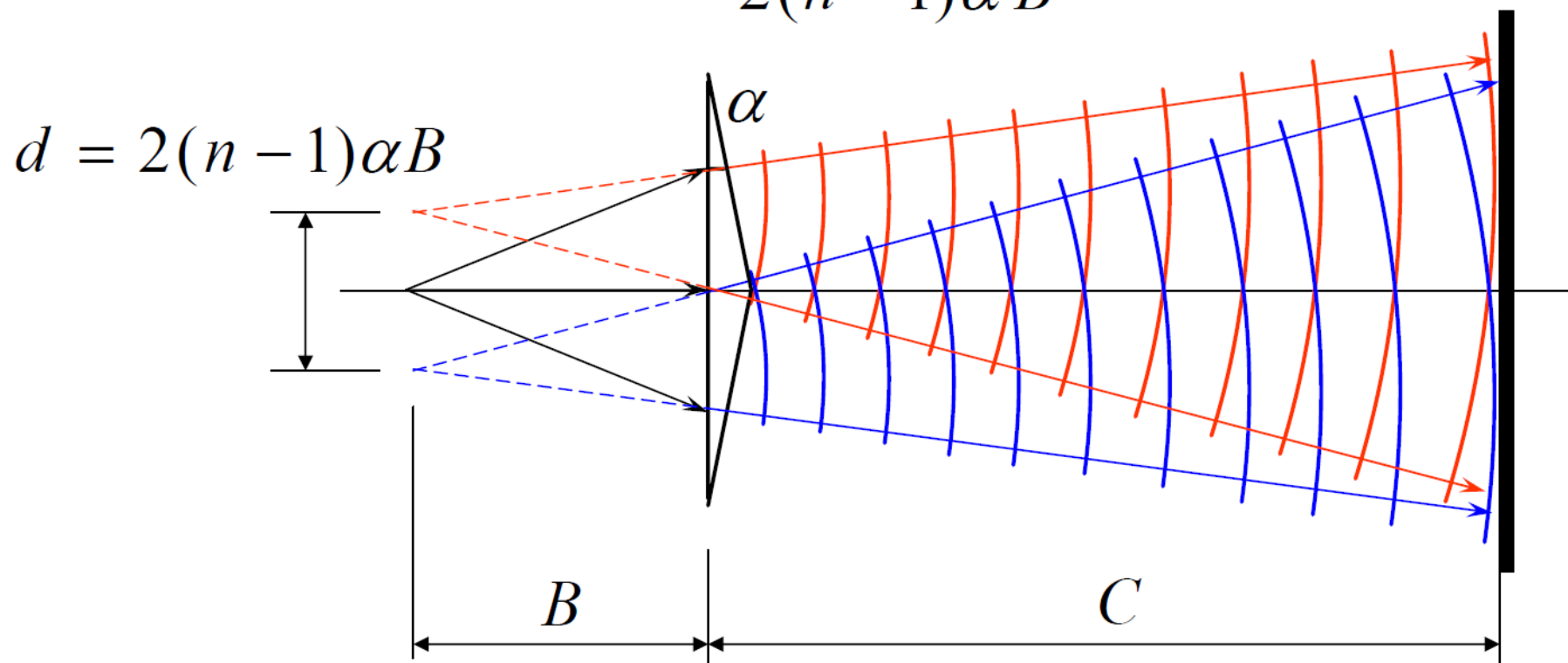


间距：洛埃 ( H.Lloyd ) 镜



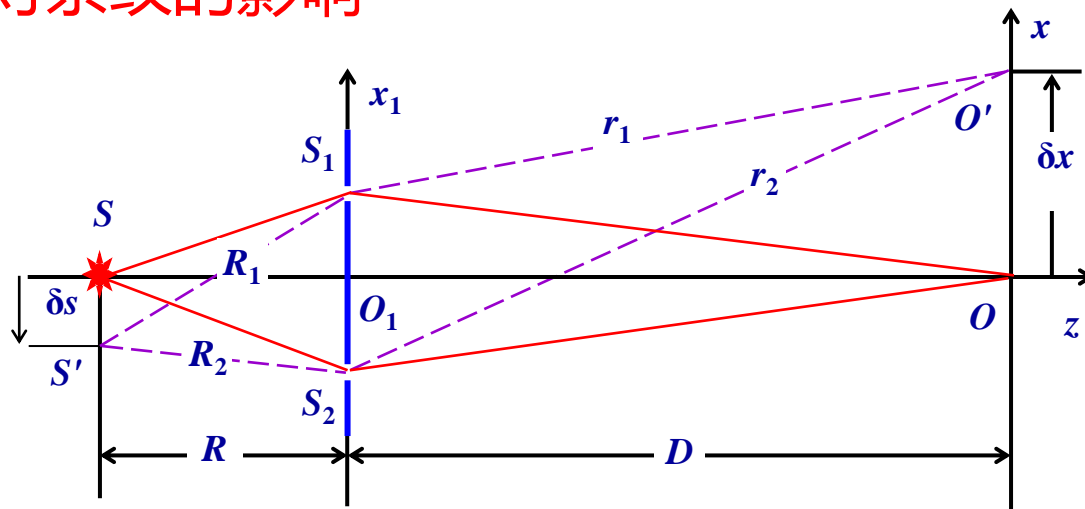
## 菲涅耳双棱镜

间距：
$$\Delta x = \frac{(B + C)}{2(n - 1)\alpha B} \lambda$$



# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源移动对条纹的影响



点光源 $S$ 沿 $y$ 方向移动：对干涉条纹无影响。

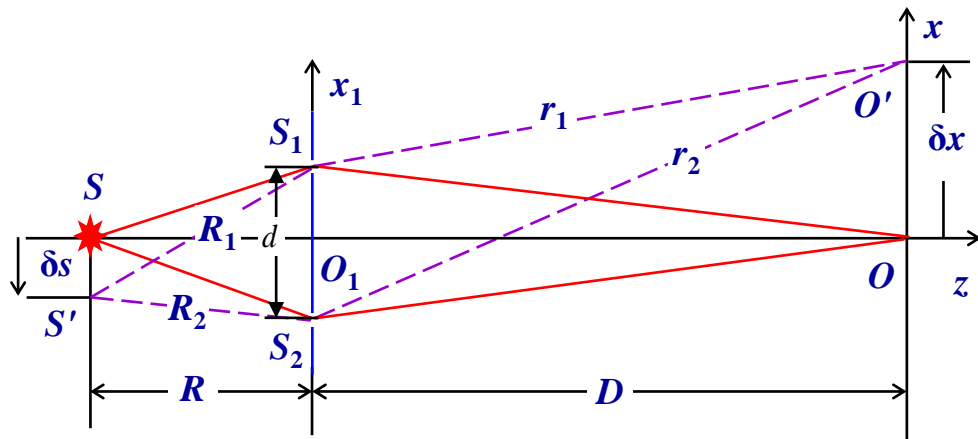
点光源 $S$ 沿 $x$ 方向移动：干涉条纹在 $x$ 方向上产生相应移动。

假设：点光源位于 $S$ 点时，中央亮条纹中心正好位于 $O$ 点，点光源沿 $x$ 方向平移 $\delta s$ 至 $S'$ 点时，中央亮条纹中心平移 $\delta x$ 至 $O'$ 点。

# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源移动对条纹的影响

可以从等光程的角度迅速定性判断S移动时条纹的移动方向。



相遇点出现强度极大还是极小取决于两光波在该点的总相位差或总光程差的大小。只要由于某种原因使得两光波在该点的总相位差或总光程差发生改变，则该点条纹的亮暗将随之变化，或者说该点的条纹将发生移动。光程差改变几个波长，则条纹移动几个间距。

### 几何关系

$$(R_2 + r_2) - (R_1 + r_1) = 0 \Rightarrow R_1 - R_2 = r_2 - r_1 \Rightarrow \frac{d \delta s}{R} = \frac{d \delta x}{D}$$

### 条纹平移量与点光源平移量的关系

$$\delta x = \frac{D}{R} \delta s$$

### 条纹平移数目

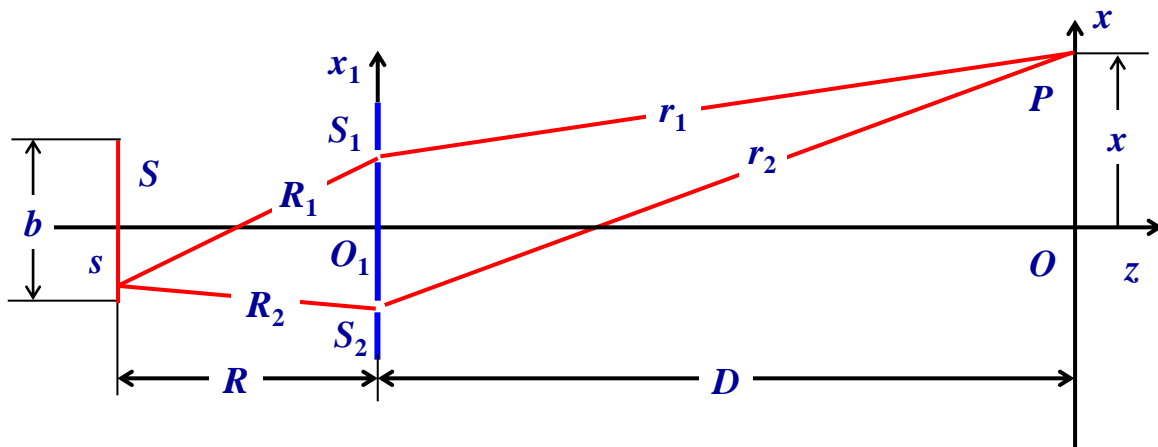
$$N = \frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{d}{\lambda D} \cdot \frac{D}{R} \delta s = \frac{d}{\lambda R} \delta s$$

# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源宽度对条纹的影响

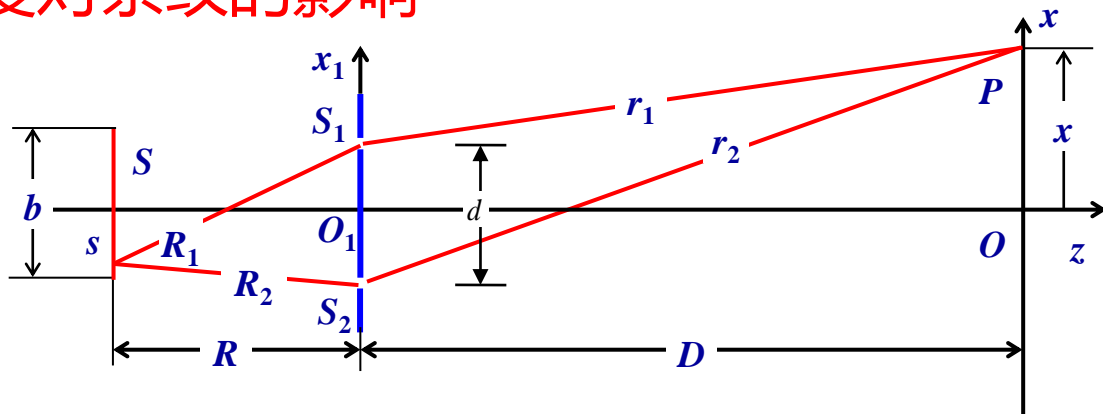
光源沿 $y$ 方向扩展：相当于沿 $y$ 方向放置的线光源照明的情况，条纹位置及衬比度不变，但亮纹强度增大——沿 $y$ 方向排列的一组点光源所形成的干涉光场的非相干叠加。（对比杨氏双孔和双缝干涉）

光源沿 $x$ 方向扩展：光源沿 $x$ 方向的扩展宽度为 $b$ ，中心位于光轴上 $S$ 点，单位宽度的光源通过一个孔在场点 $P$ 的光强度为 $I_0/b$ 。



# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源宽度对条纹的影响



由公式

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P)$$

得到：与S点相距为s的单位宽度光源在P(x, y)点引起的干涉图样强度为：

隐含条件  $I_1(P) = I_2(P)$   $\curvearrowright$  
$$I_s(P) = 4 \frac{I_0}{b} \cos^2 \frac{\delta(P)}{2}$$

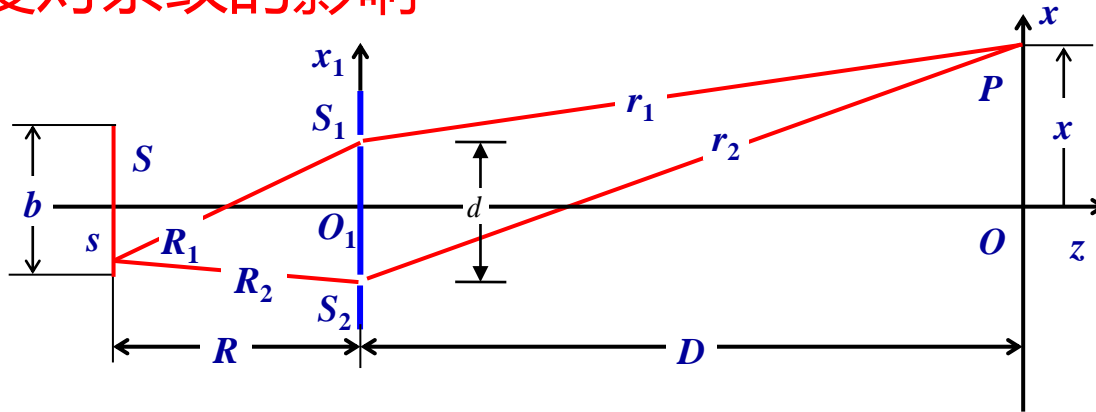
其中

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ (R_2 - R_1) + (r_2 - r_1) \right] \approx \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{d}{D} x - \frac{d}{R} s \right) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{D} \left( x - \frac{D}{R} s \right)$$

# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源宽度对条纹的影响

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$



因此，整个光源在  $P(x, y)$  点引起的干涉图样总强度为：

$$I(P) = 4 \frac{I_0}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \cos^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} \frac{d}{D} \left( x - \frac{D}{R} s \right) \right] ds = 2I_0 \left[ 1 + \frac{\sin u}{u} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{D} x \right) \right]$$

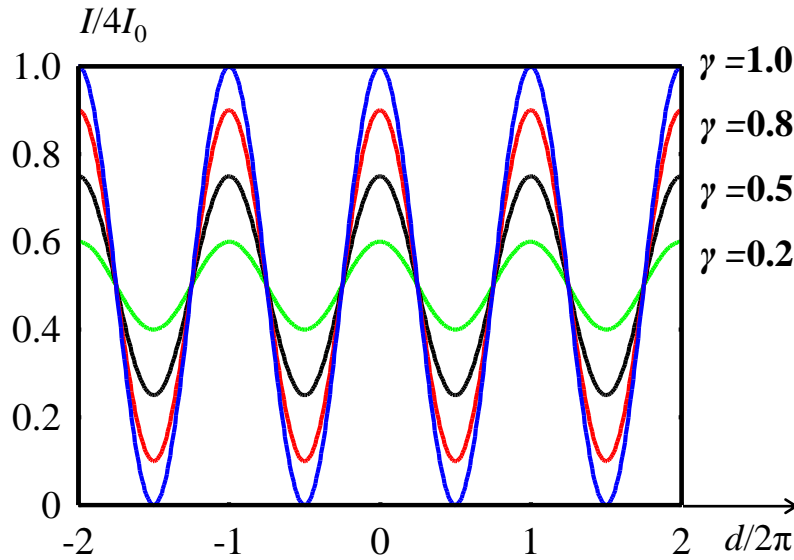
其中 
$$u = \frac{\pi b d}{\lambda R}$$

由此得到 
$$I_{\max} = 2I_0 \left( 1 + \left| \frac{\sin u}{u} \right| \right) \quad I_{\min} = 2I_0 \left( 1 - \left| \frac{\sin u}{u} \right| \right) \quad \text{反衬度为 } \gamma = \left| \frac{\sin u}{u} \right|$$

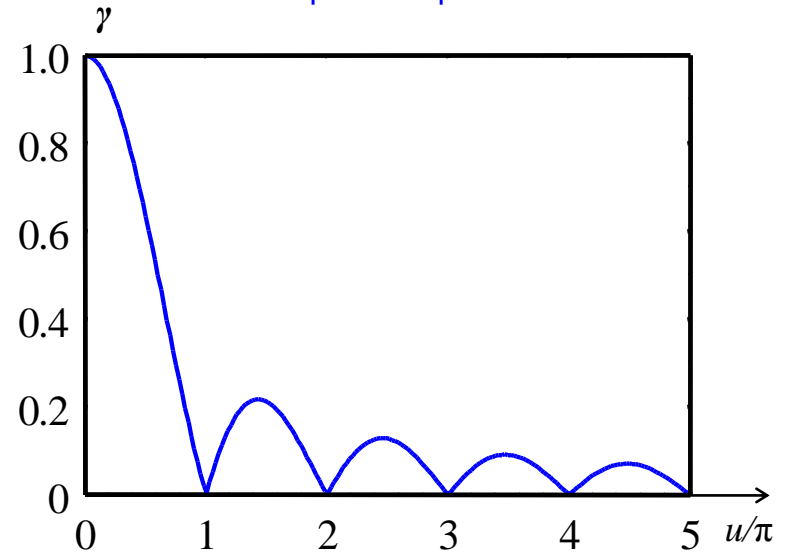
# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源宽度对干涉条纹反衬度的影响

$$\gamma = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \quad u = \frac{\pi b d}{\lambda R}$$



(a) 干涉图样的归一化强度分布



(b) 反衬度随光源宽度的变化

$\gamma=0$ 的条件：
$$b = j \frac{R}{d} \lambda \quad j=1, 2, 3, \dots$$

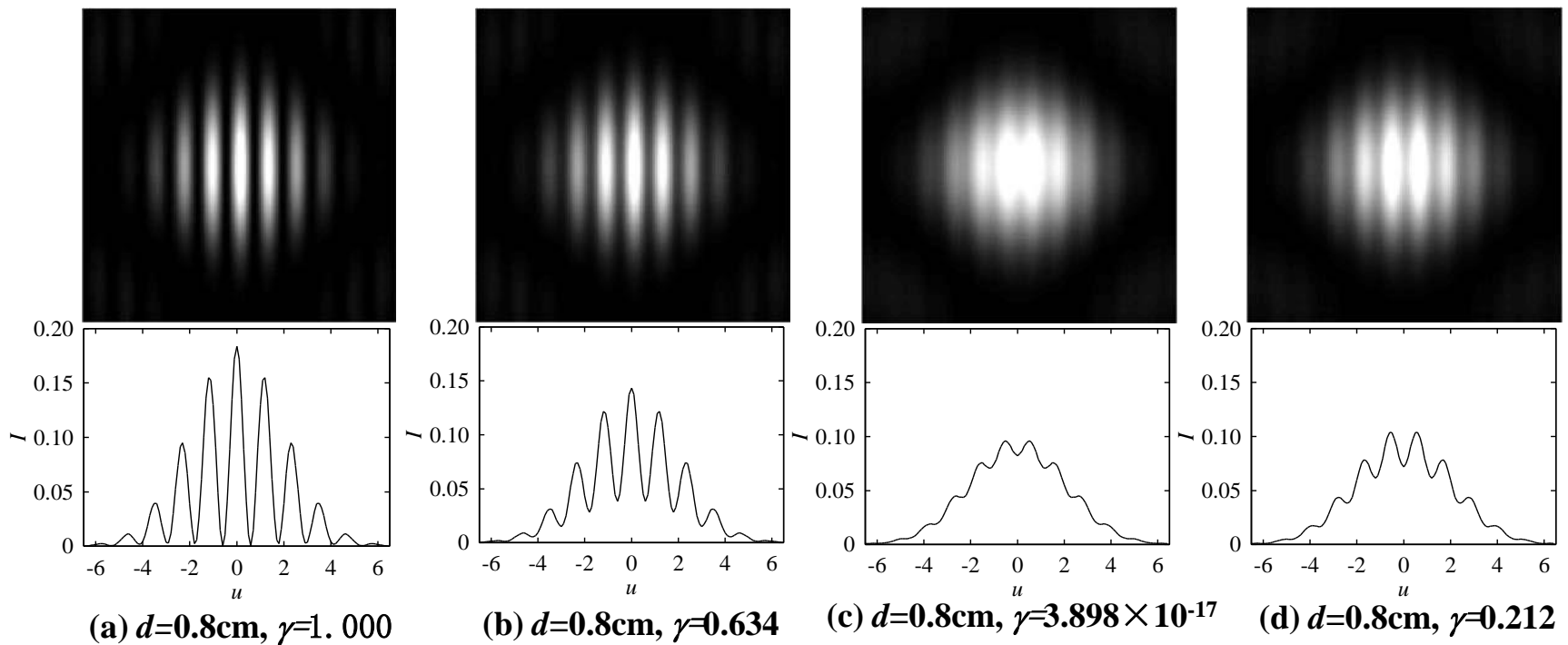
使干涉图样反衬度消失的最大光源宽度对应于对比度曲线的1级极小，也称临界光源宽度。

$$b_1 = b_c = \frac{R}{d} \lambda$$



# 1.3 干涉条纹的讨论

## 光源宽度对干涉条纹反衬度的影响



给定双孔间距情况下，杨氏干涉条纹反衬度随光源宽度的变化（仿真实验结果）

# 1.4 光场的空间相干性

**光源的空间相干性**：使干涉条纹第一次消失的场光源的最大宽度。

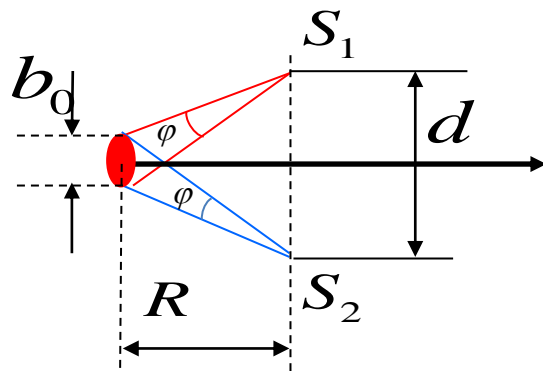
**光场的空间相干性**：给定宽度为 $b_0$ 的面光源，在波前上能够干涉的次波源 $S_1$ 和 $S_2$ 的最大范围 $d_{max}$ （**横向相干长度**，也常记做 $d_t$ ）。

$$d_{max} \approx \frac{R\lambda}{b_0}$$

$d < d_{max}$ ，两个次级波源相干； $d > d_{max}$ ，两个次级波源不相干。

**相干面积**：给定波前上具有相干性的两个间距最大的次级波源所处（矩形或圆形）区域的面积：

$$S_c \approx d_{max}^2 \approx \left( \frac{R\lambda}{b_1} \right)^2 = \frac{R^2}{b_1^2} \lambda^2$$

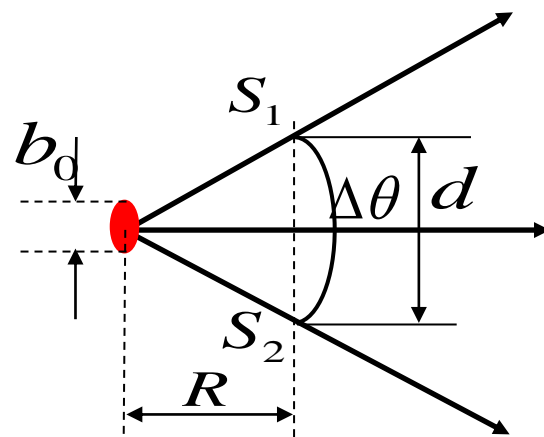


光场的相干面积与光源对 $S_1$ 和 $S_2$ 所张的立体角 $\varphi \approx b_0/R$ 的平方成反比。光源面积越小，距离给定波前越远，则相干面积越大，空间相干性越好。

# 1.4 光场的空间相干性

**相干孔径角**：给定波前上具有相干性的两个间距最大的次级波源对光源中心的张角

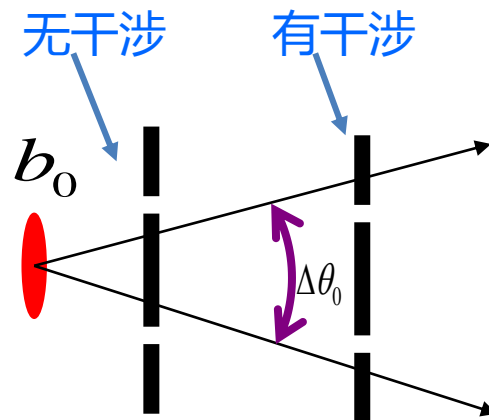
$$\Delta\theta_0 \approx \frac{d_{\max}}{R} \approx \frac{\lambda}{b_0}$$



相干孔径角与给定波前到光源平面的距离 $R$ 成**反比**，与次级波源极限间距成**正比**。对于给定的相干孔径角，所考察的波前距离光源越远，则光源的横向相干范围越大。

**空间相干性反比公式**： $b_0\Delta\theta_0 \approx d_{\max} \varphi \approx \lambda$

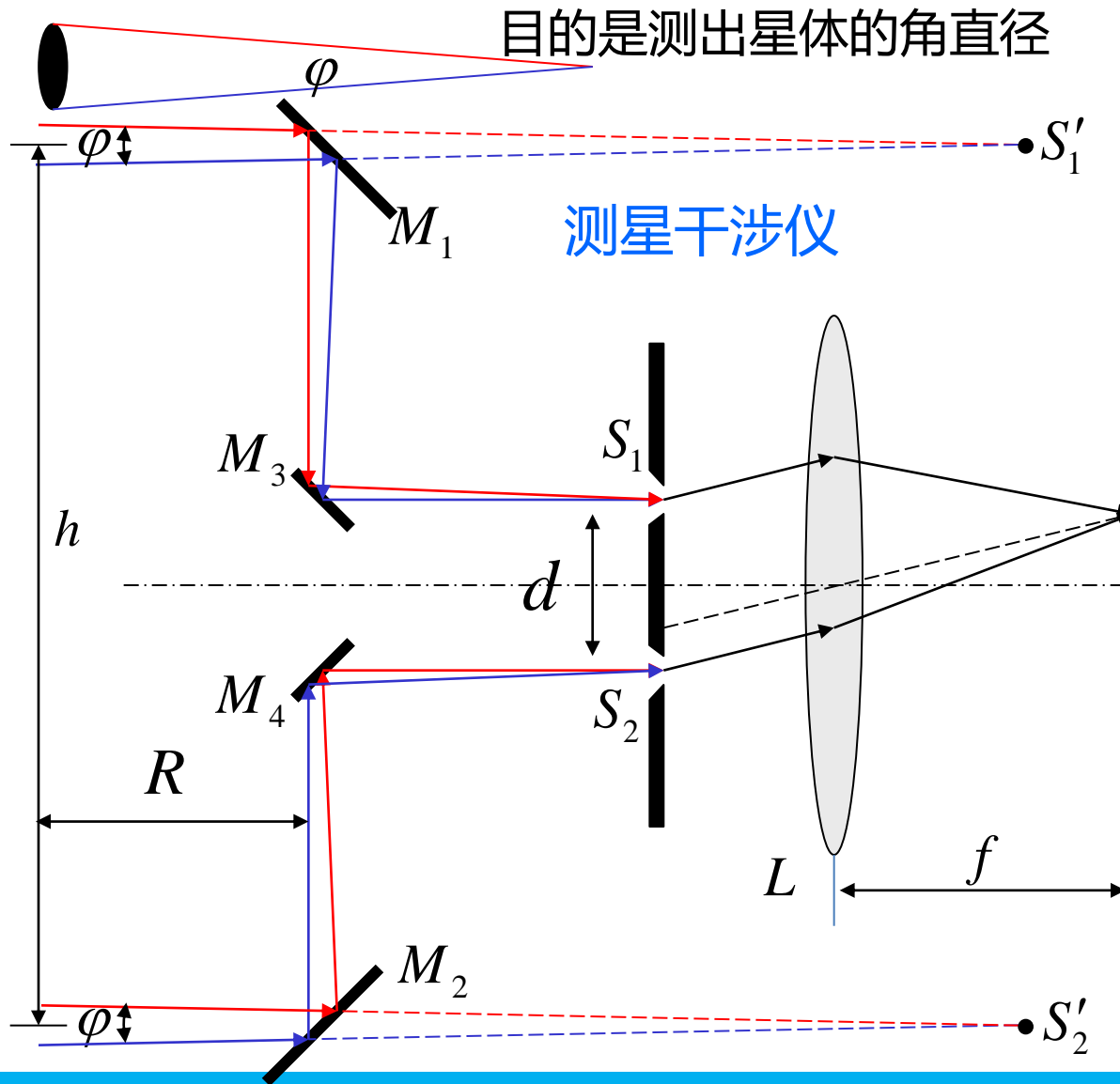
- 光源的横向宽度越小，则相干孔径角越大，因而光源的空间相干性越高。当双缝处于相干孔径之内时，可出现干涉，否则无干涉。
- 点光源具有最大的空间相干性。



**思考**：既然离扩展光源越远，横向相干范围越大，那是否意味着实验中双缝取的离光源越远越好？

# 1.4 光场的空间相干性

## 迈克尔逊测星仪



接收屏上的干涉，是星光通过  $S_1$ 、 $S_2$  形成的

双缝  $S_1$ 、 $S_2$  处的相干性与  $S'_1$ 、 $S'_2$  处相同

双缝的等效宽度为  $S'_1$ 、 $S'_2$  处的间隔  $h$

反比关系  $h \leq \frac{\lambda}{b} R$

恒星角直径  $\varphi = \frac{b}{R} = \frac{\lambda}{h}$

# 1.4 光场的空间相干性

## 迈克尔逊测星仪

1920年12月，迈克尔逊用这台仪器测到了猎户座“参宿四”的角径，当基线  $h$  拉长到121英寸=3.07m时，杨氏双孔干涉的条纹消失，可知“参宿四”的角径为

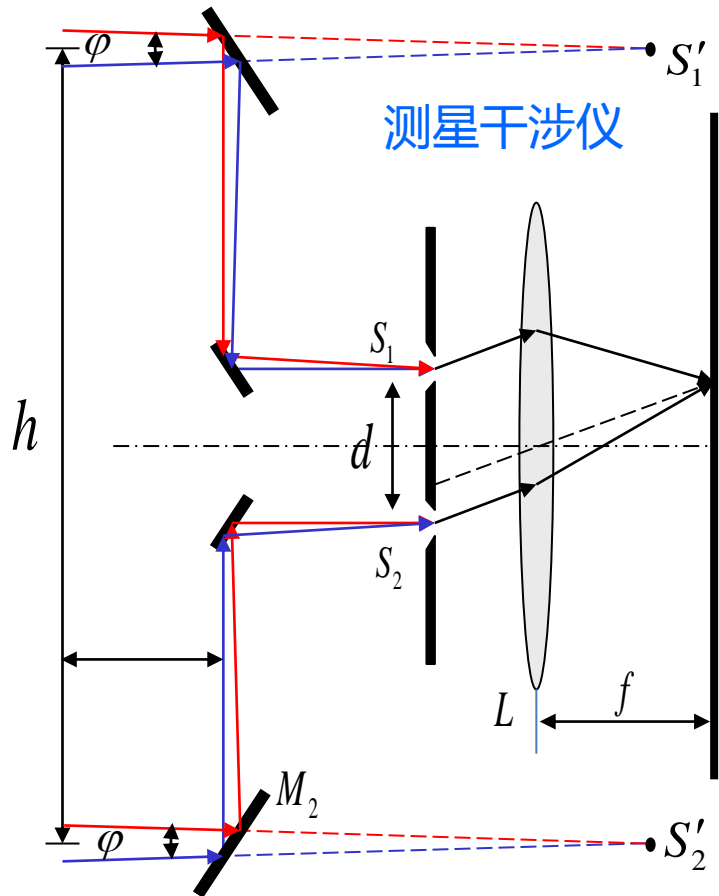
$$\Delta\theta' = \frac{\lambda}{h_0} = \frac{570nm}{3.07m} \approx 2 \times 10^{-7} rad$$

如果用天文望远镜来测定如此小的星体角径，则物镜口径至少要为  $h_0$ ，才可以有效克服艾里斑的影响。而研磨、安装3m多口径的抛物镜面的工程难度可想而知。

# 1.4 光场的空间相干性

## 迈克尔逊测星仪

### 设计的巧妙之处



利用 $(S_1, S_2)$ 和 $(S'_1, S'_2)$ 具有相同相干性的方法，分化难点解决测角精度和条纹宽间距之间的矛盾：

双孔 ( $S_1$ 和 $S_2$ ) 短间隔  $d \sim \text{mm}$

$$\text{条纹间距 } \Delta x = \frac{f}{d} \lambda \sim \text{mm}$$

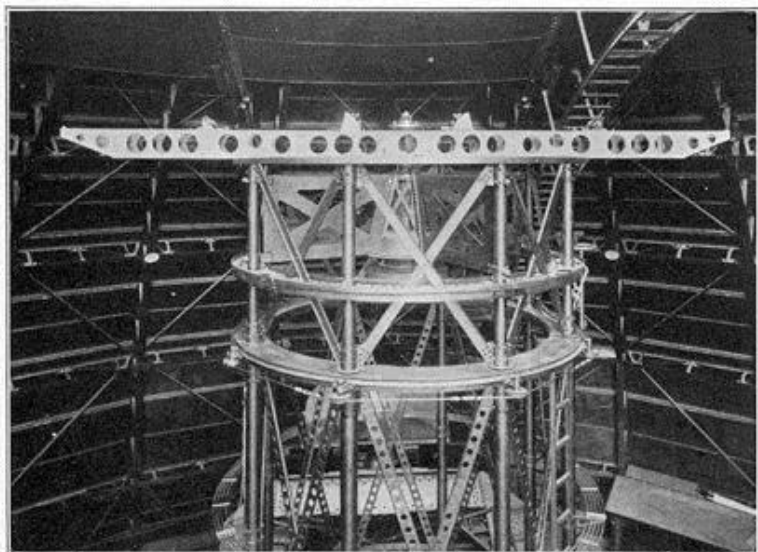
双像 ( $S'_1$ 和 $S'_2$ ) 长基线  $h \sim 10^3 \text{mm}$

$$\text{光源角径 } \varphi = \frac{\lambda}{h} \sim 10^{-7} \text{ rad}$$

# 1.4 光场的空间相干性

## 迈克尔逊测星仪

Michelson stellar interferometer

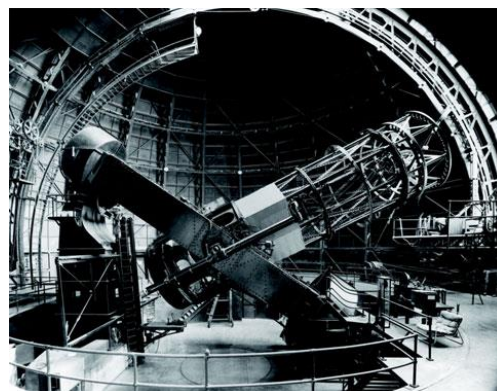


安装在100吋口径的胡克望远镜构架之上的20英尺迈克尔逊测星干涉仪（1920年）



阿尔伯特·亚伯拉罕·迈克尔逊  
(1852-1931)

波兰裔美国籍物理学家，1907年诺贝尔物理学奖获得者，是一位出色的实验物理学家，他所完成的实验都以设计精巧、精确度高而闻名，爱因斯坦曾赞誉他为“科学界的艺术家”。



100吋胡克望远镜，威尔逊天文台，洛杉矶，1917年建成。

## 本节重点

1. 相干光的获取方法
2. 光源宽度对干涉条纹的影响
3. 光场的空间相干性、应用及其计算



作业

P282-2,4,5,6,7

**重排版 : P206 : 2,4,5,6,7**