第四章 光的衍射

第一节
光的衍射现象和惠更斯-菲涅耳原理

第一节 光的衍射现象和惠更斯–菲涅耳原理

1.1 光的衍射现象

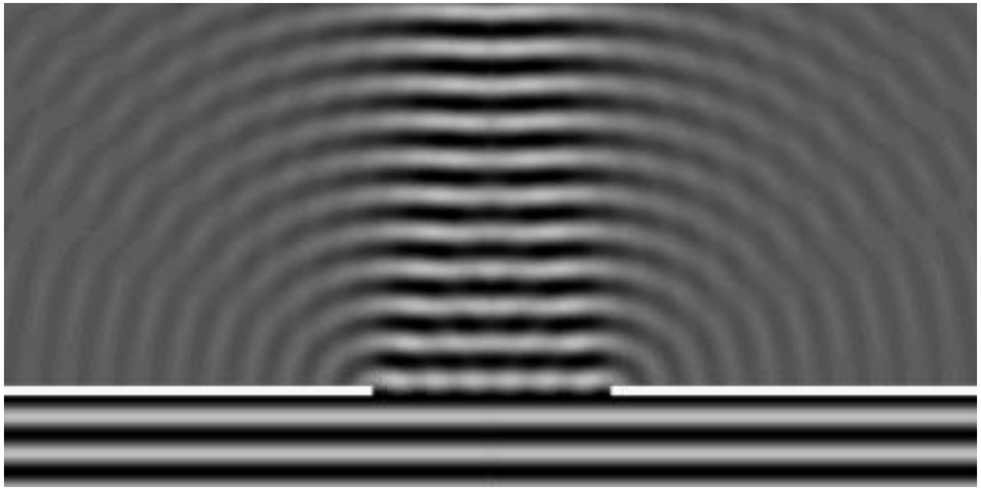
1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

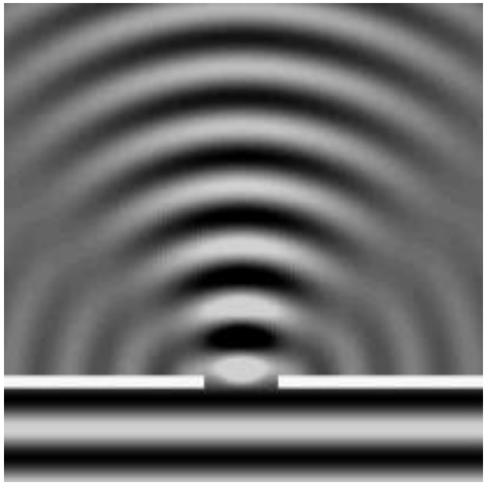
1.3 巴比涅原理

1.4 衍射的分类

1.1 光的衍射现象

衍射（Diffraction）：当波动遇到障碍时，能够绕过障碍物，并在其后的几何阴影区内造成一定的强度分布，这种偏离直线传播的现象称为衍射。（不能用反射、折射解释的绕射现象）

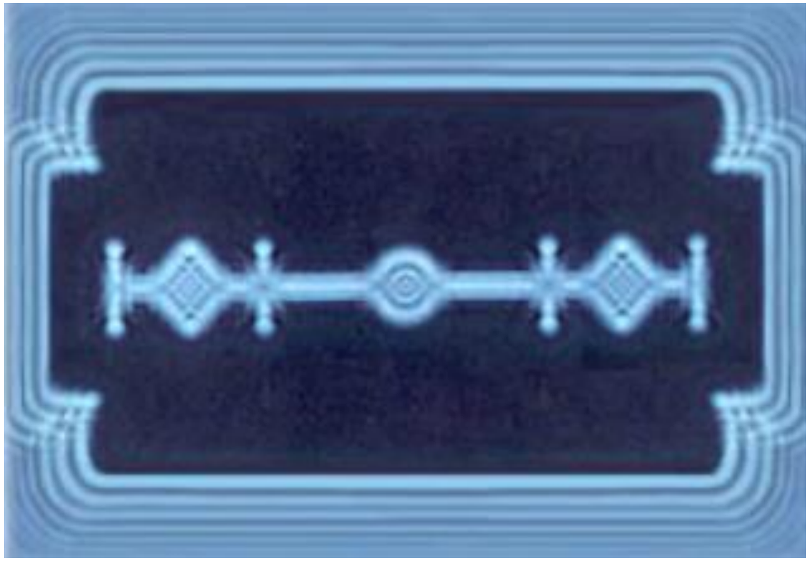


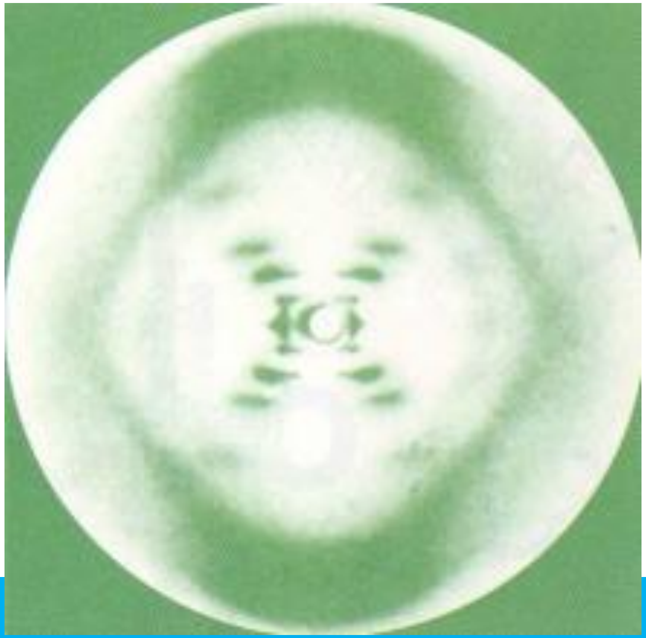


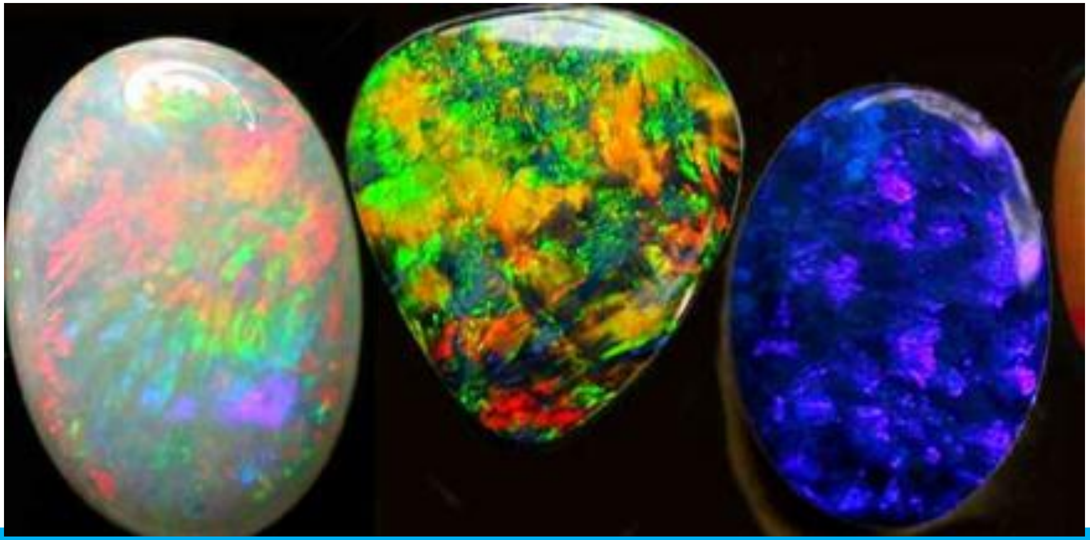
水波的衍射

思考：光波既然是波，为什么在实际生活中比较难观察到？

1.1 光的衍射现象







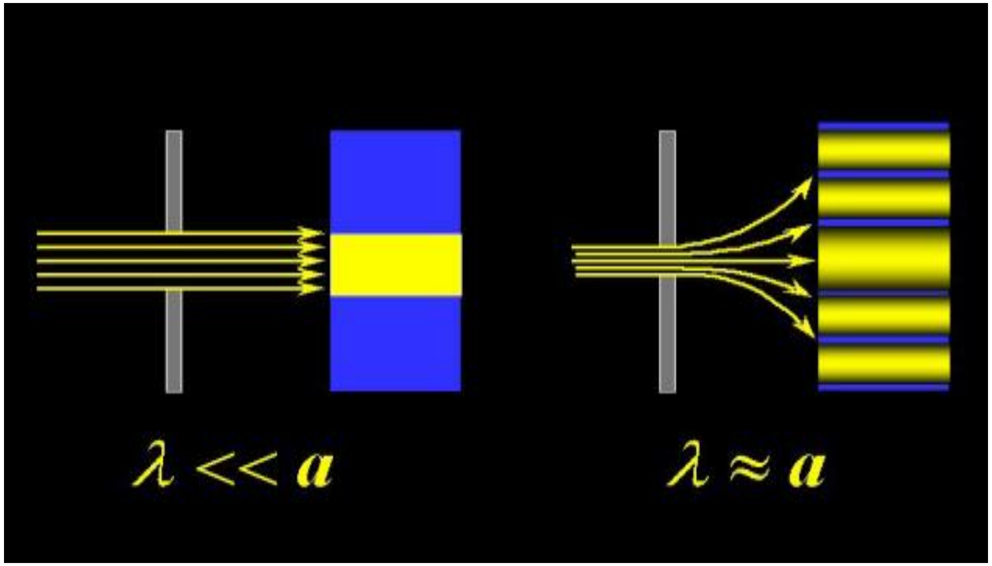
1.1 光的衍射现象

波长与孔径的比例是敏感因素

明显的衍射现象要求障碍物的尺度合适（10^3~10λ），太大向直线传播过渡，太小向散射过渡。

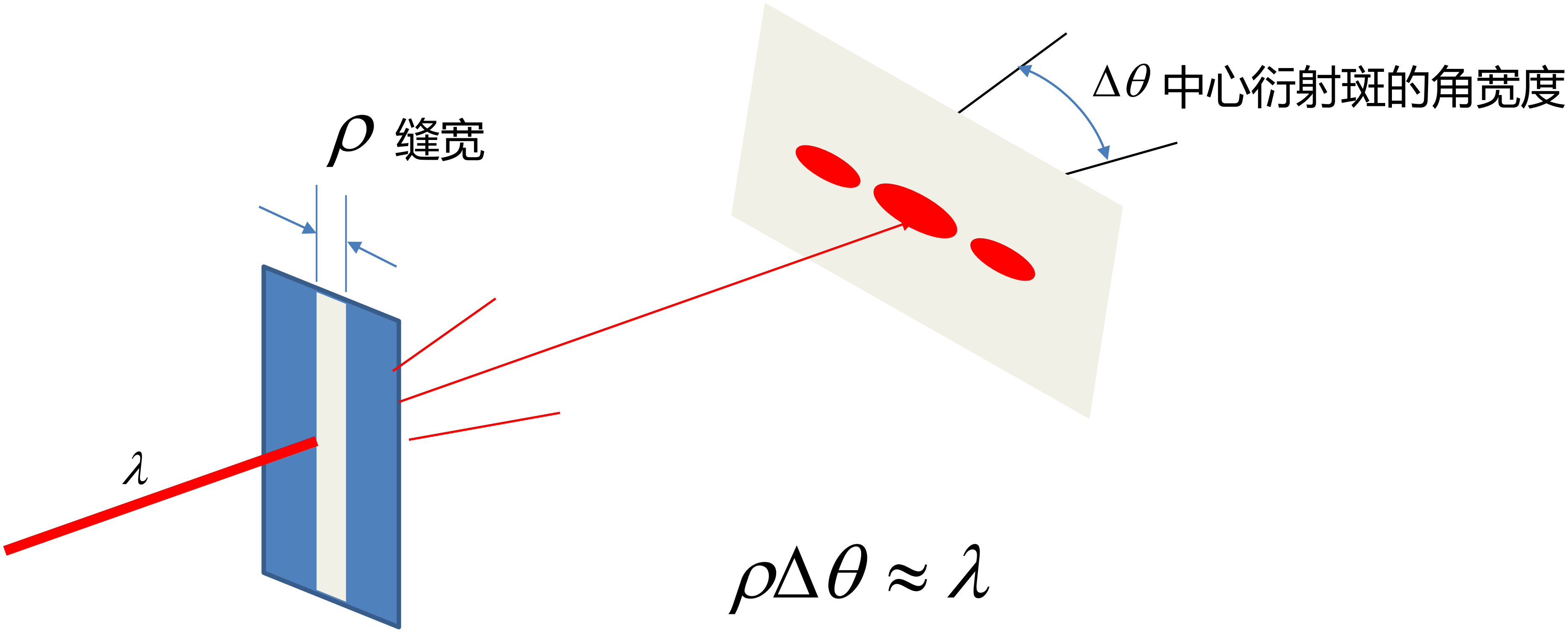
限制与扩展

一般说来，在什么方向上限制波动，波动就在什么方向上扩展，限制越严，扩展也越强，成为一对限制和反限制的矛盾。



微结构 ⟺ 衍射图样

1.1 光的衍射现象



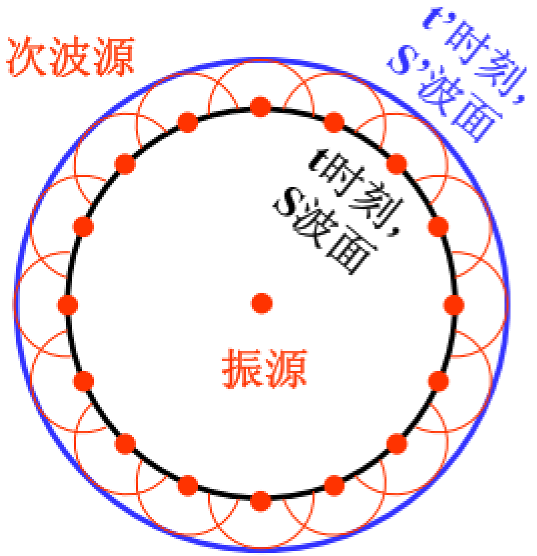
$$\rho\Delta\theta \approx \lambda$$

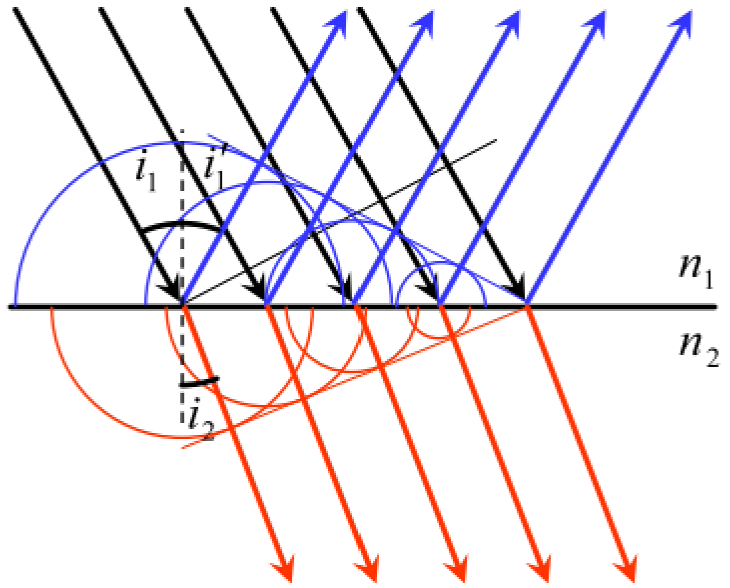
光孔线度与衍射程度之间的反比关系

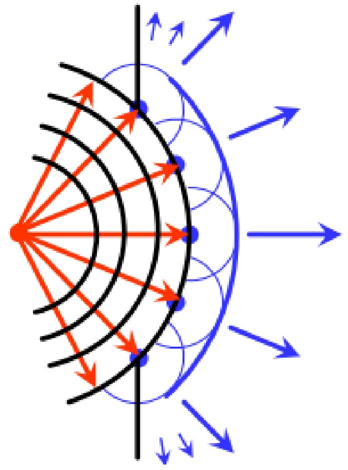
若光孔线度越小，光束受限制得越厉害，则衍射范围越加弥漫。理论上表明光孔横向线度ρ与衍射发散角$\Delta\theta$之间存在反比关系

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

惠更斯原理：次波源波面的包络就是下一时刻的波面。





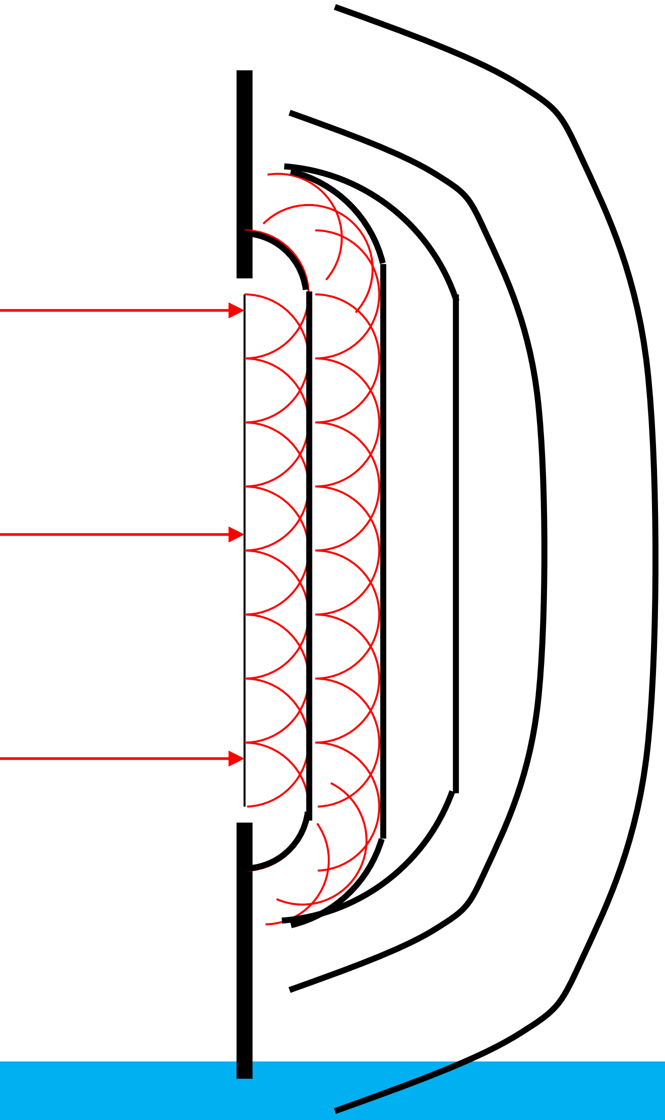


定性而不能定量

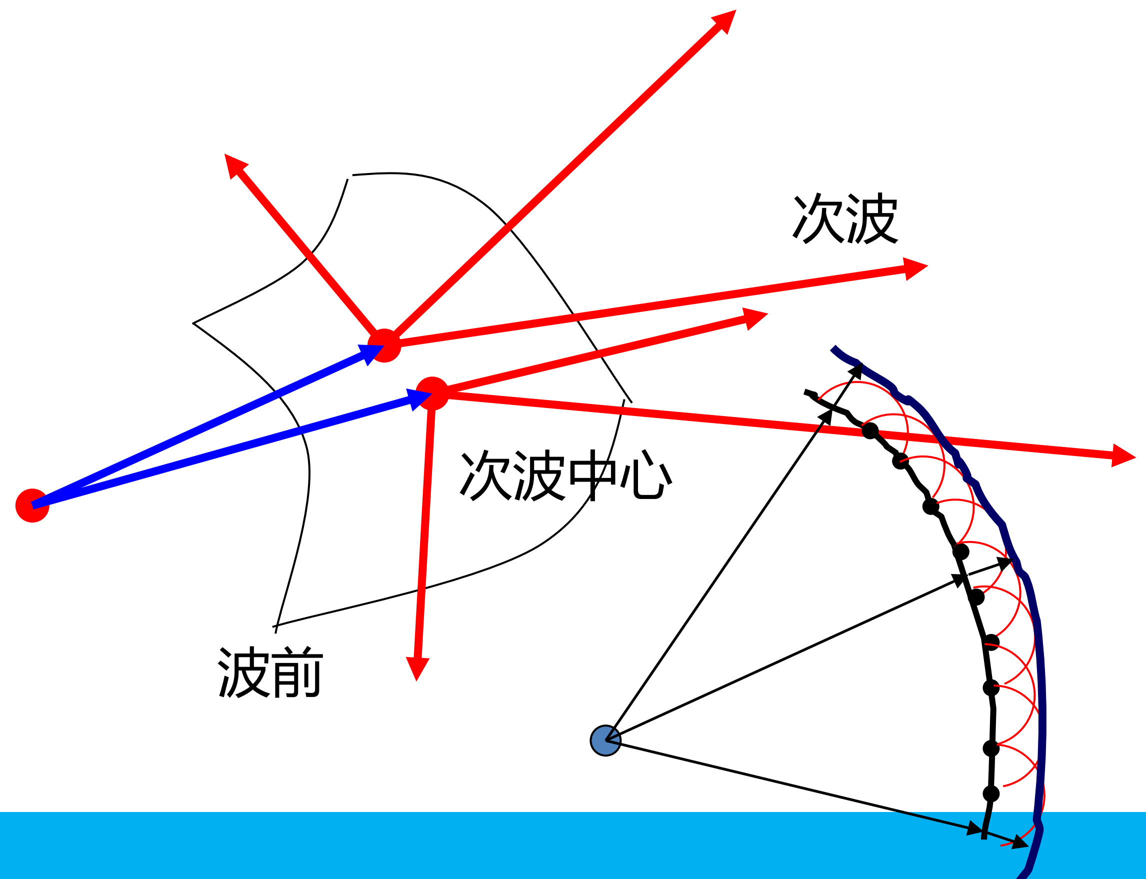
不能准确回答振幅、位相的传播问题

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

惠更斯原理对衍射的解释



波的传播过程，可以看作是**次波中心**不断地**衍生**出新的**次波**的过程



1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

惠更斯的次波概念

继承

菲涅耳
（1788-1827）

吸取

光波干涉概念

补充和发展

提出

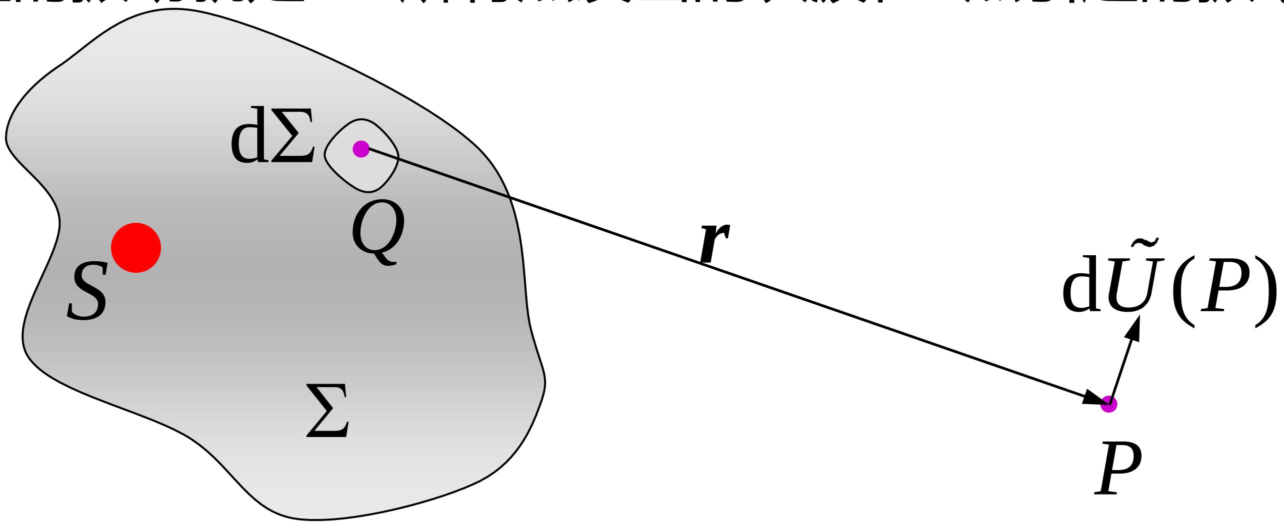
次波相干叠加

惠更斯—菲涅耳原理

衍射理论框架

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

次波的相干叠加：在光源S周围作一封闭曲面Σ（波前），S在场点P引起的振动就是Σ上所有点发出的次波在P点引起的振动的矢量和。



惠更斯-菲涅耳原理：空间某点的振动可看作波前上所有面元发出的次波在该点的相干迭加，数学上表述为：

$$\tilde{U}(P)=\sum_{\Sigma}\mathrm{d}\tilde{U}(P)$$

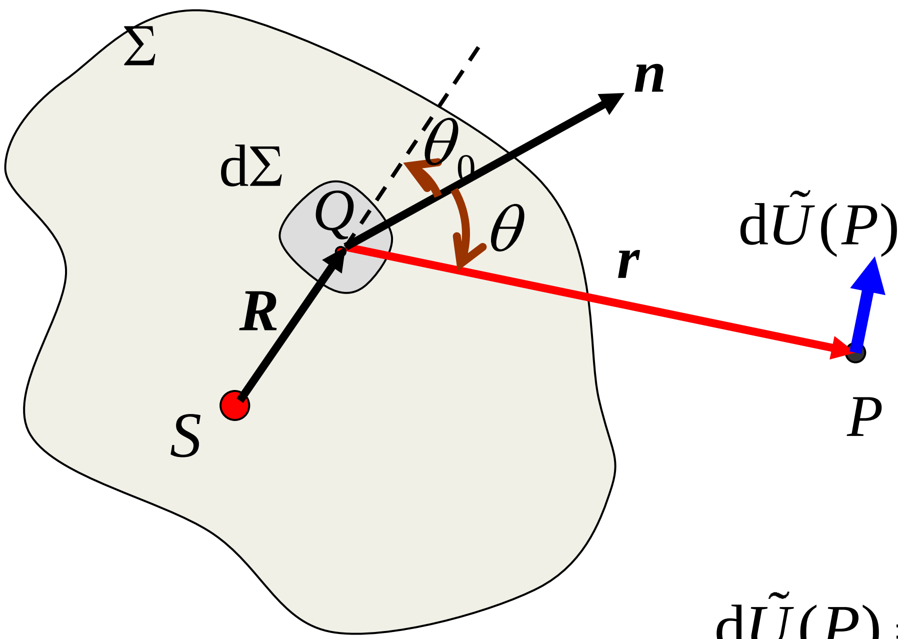
与惠更斯原理相比：i）波面→波前；ii）包络→相干迭加

目的：求有障碍物时衍射场的分布，Σ一般取在衍射屏上。

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

次波的复振幅

- 选取波前Σ上任一个次波中心Q，及Q点周围一面积元dΣ
- 先求出该面积元发出的球面次波在场点P处引起的复振幅 $d\tilde{U}(p)$



$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \tilde{U}_0(Q)$ 复振幅

$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \mathrm{d}\Sigma$ 次波中心面元面积

$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \dfrac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}$ 球面波

$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto F(\theta_0, \theta)$ 倾斜因子（obliquity or inclination factor ）

$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) = KF(\theta_0, \theta)\tilde{U}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

惠更斯 - 菲涅耳衍射积分公式

- 将波前上所有次波中心发出的次波在P点的振动相干叠加，即可得到P点的振动；
- 由于次波中心在波前上连续分布，因而叠加（求和）的过程就变为求积分的过程，得到惠更斯 - 菲涅耳衍射积分公式。

$$\iint_{\Sigma} \mathrm{d}\tilde{U}(P) = \iint_{\Sigma} KF(\theta_0,\theta)\tilde{U}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

其中： $\widetilde{U}_0(Q)$ 为波前上面元的复振幅

这一公式是菲涅耳凭直觉根据惠更斯的思想得到的

引出的问题：

- 积分公式中K＝？
- 倾斜因子$F(\theta_0,\theta)$＝？
- 曲面积分区域如何选取？

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

惠更斯 - 菲涅耳衍射积分公式的参数—基尔霍夫理论

- 基尔霍夫对菲涅耳的积分公式作了严格的数学论证，得到以下结论：
- （1）确定了积分常数和倾斜因子的表达式


基尔霍夫, G. R.

$$K = -\frac{i}{\lambda} = \frac{e^{-i\pi/2}}{\lambda}$$

$$F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos\theta_0 + \cos\theta)$$

- （2）证明了积分区域选取的原则，不必对整个封闭曲面求积分，而只需对衍射障碍物（**衍射屏**）上开放区域求积分即可

1.2 惠更斯-菲涅耳原理，基尔霍夫边界条件

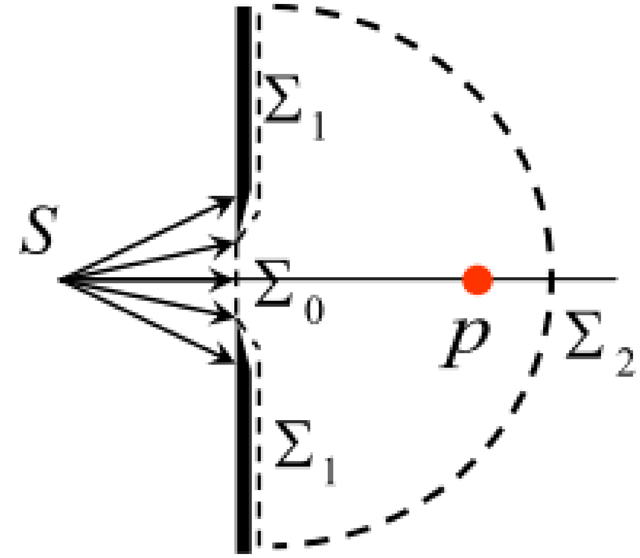
无源空间边值条件求解：

基尔霍夫边界条件：

i） Σ_0（光孔）全透

ii） Σ_1（光屏）全遮蔽

iii） Σ_2（半球面）积分为0



$$\tilde{U}(p) = -\frac{i}{2\lambda}\iint_{\Sigma_0}(\cos\theta_0 + \cos\theta)\tilde{U}_0(Q)\frac{e^{ikr}}{r}d\Sigma$$

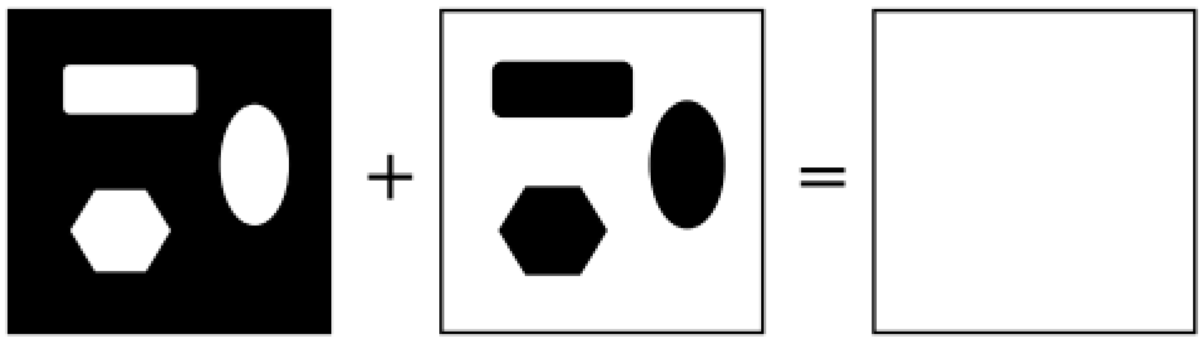
光孔和接收范围都满足傍轴条件： $\theta \approx \theta_0 \approx 0, r \approx r_0$

$$\tilde{U}(p) = -\frac{i}{\lambda r_0}\iint_{\Sigma_0}\tilde{U}_0(Q)e^{ikr}d\Sigma$$

1.3 巴比涅原理

巴比涅（A. Babinet，1837）原理：互补屏衍射场的复振幅之和等于自由传播波场的复振幅，表述为：

若：$\Sigma_0 = \Sigma_a + \Sigma_b$



Σ_a Σ_b Σ_0

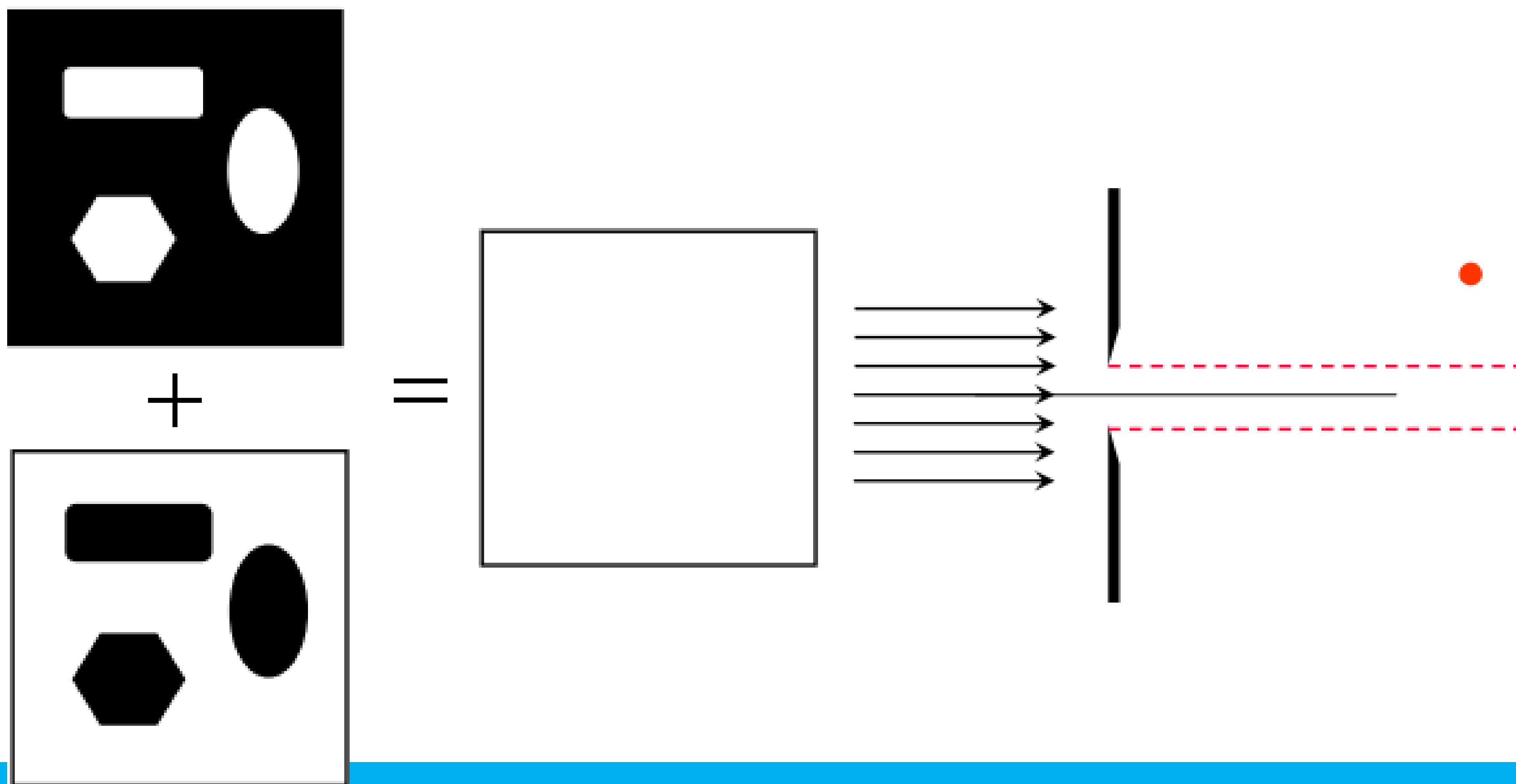
则：$\iint\limits_{\Sigma_a} d\Sigma + \iint\limits_{\Sigma_b} d\Sigma = \iint\limits_{\Sigma_0} d\Sigma$

$$\tilde{U}_0(p) = \tilde{U}_a(p) + \tilde{U}_b(p)$$

1.3 巴比涅原理

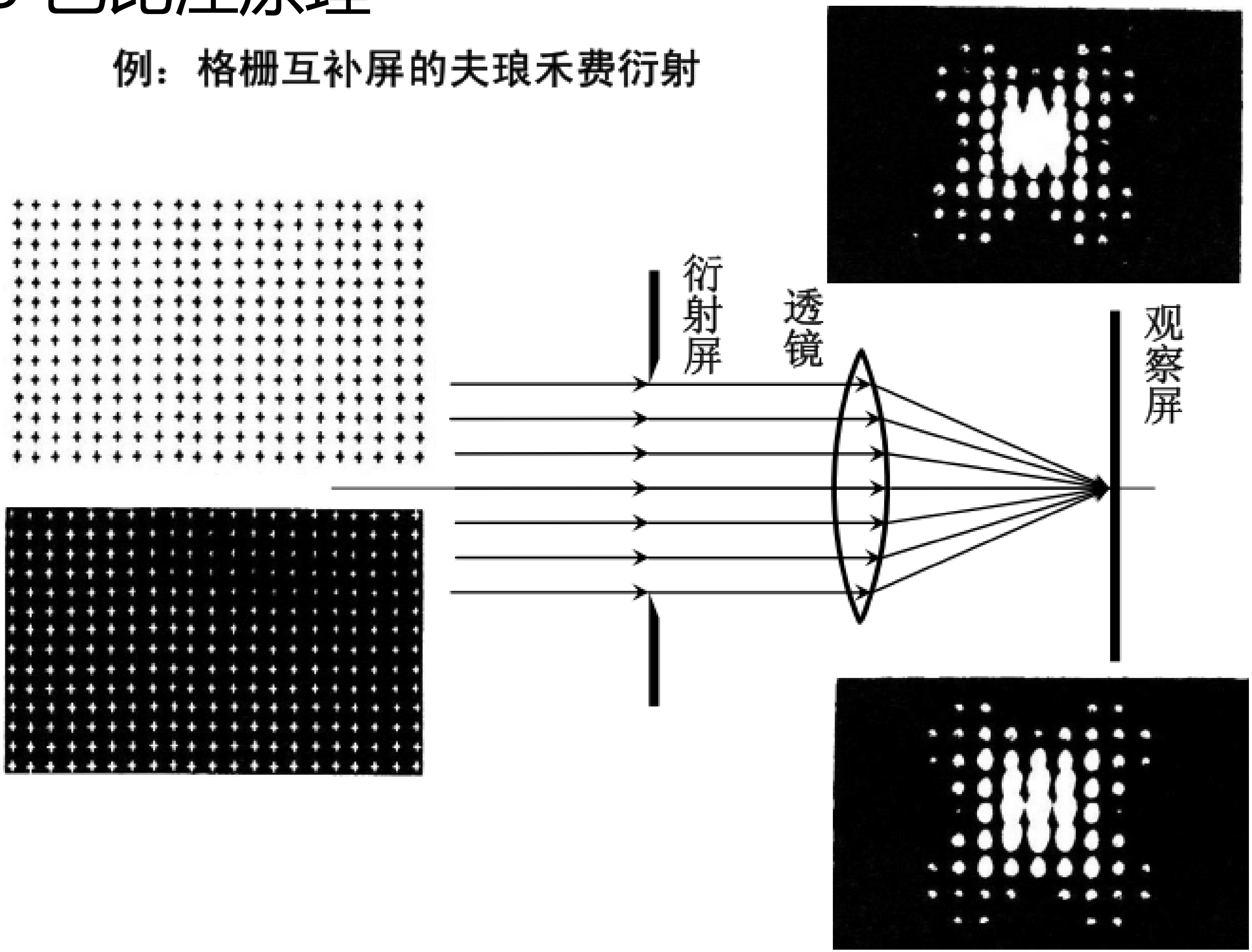
除光源几何像之外， $\tilde{U}_0(p)=0\,,\tilde{U}_a(p)=-\tilde{U}_b(p)$

$$I_a(p)=I_b(p)$$



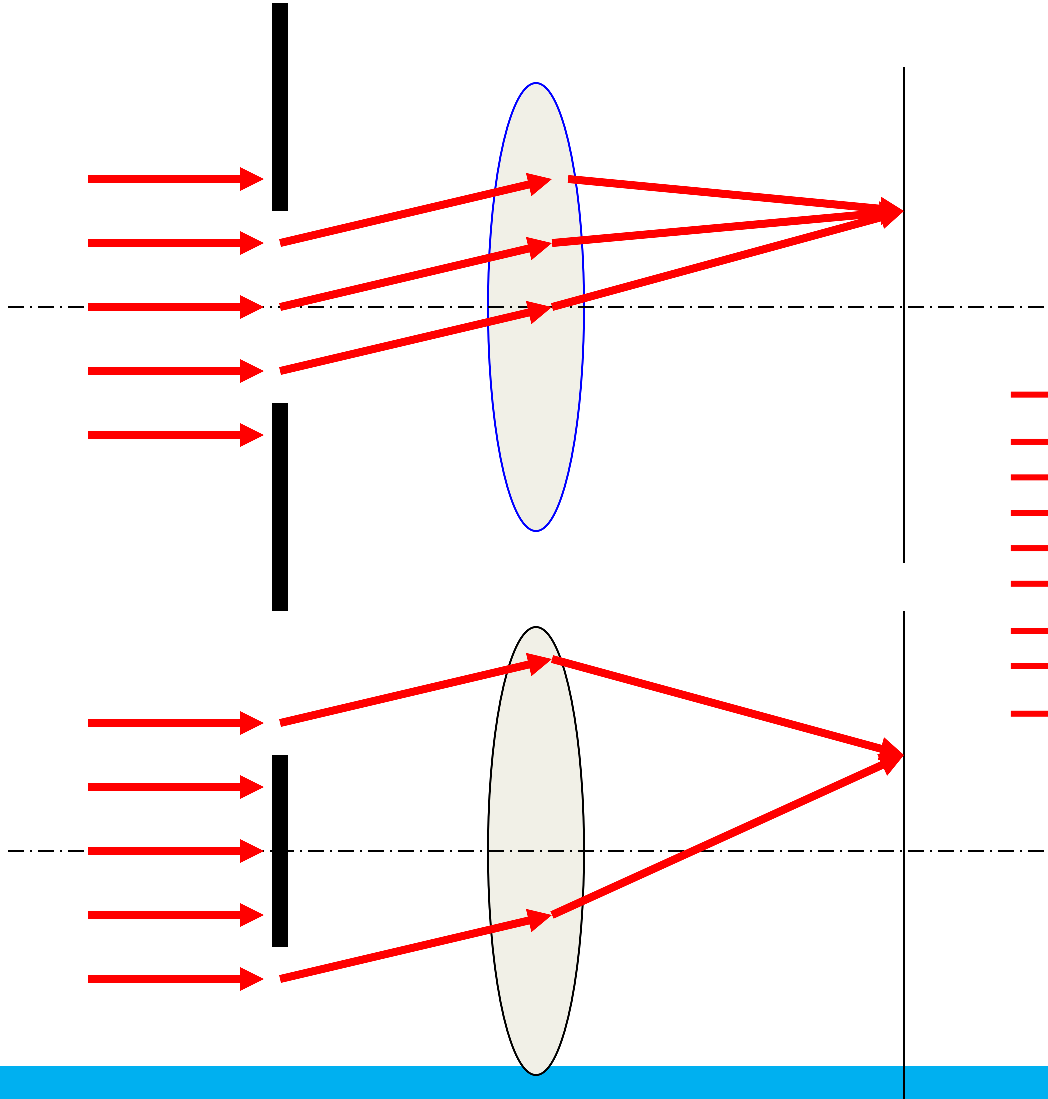
1.3 巴比涅原理

例：格栅互补屏的夫琅禾费衍射

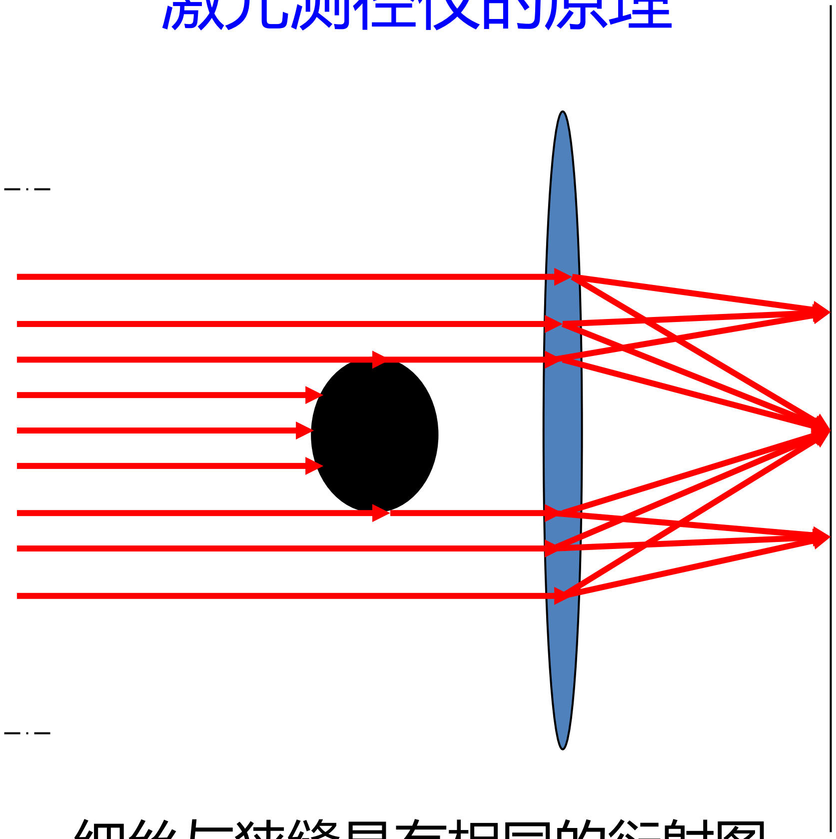


1.3 巴比涅原理

例：细丝与狭缝的衍射花样，除零级中央主极大外，处处相同。



激光测径仪的原理



细丝与狭缝具有相同的衍射图样，因此可以用狭缝的公式计算细丝的直径。

1.4 衍射的分类

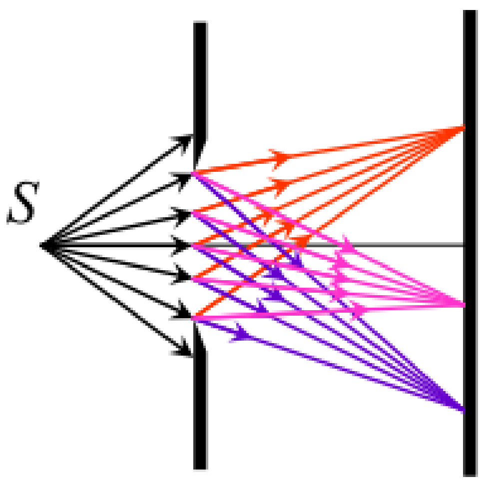
根据衍射障碍物到光源和接收屏的距离分类。

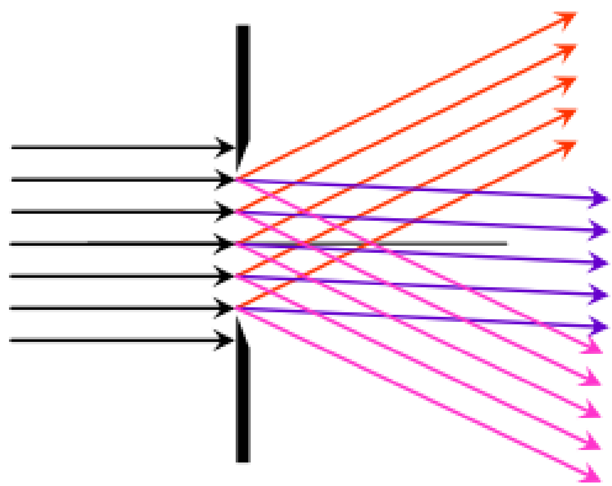
i) 菲涅耳衍射

光源或接收屏与衍射屏的距离（至少其中之一）为有限远。

ii) 夫琅和菲衍射

光源和接收屏与衍射屏的距离均为无限远，即平行光入射、平行光出射。



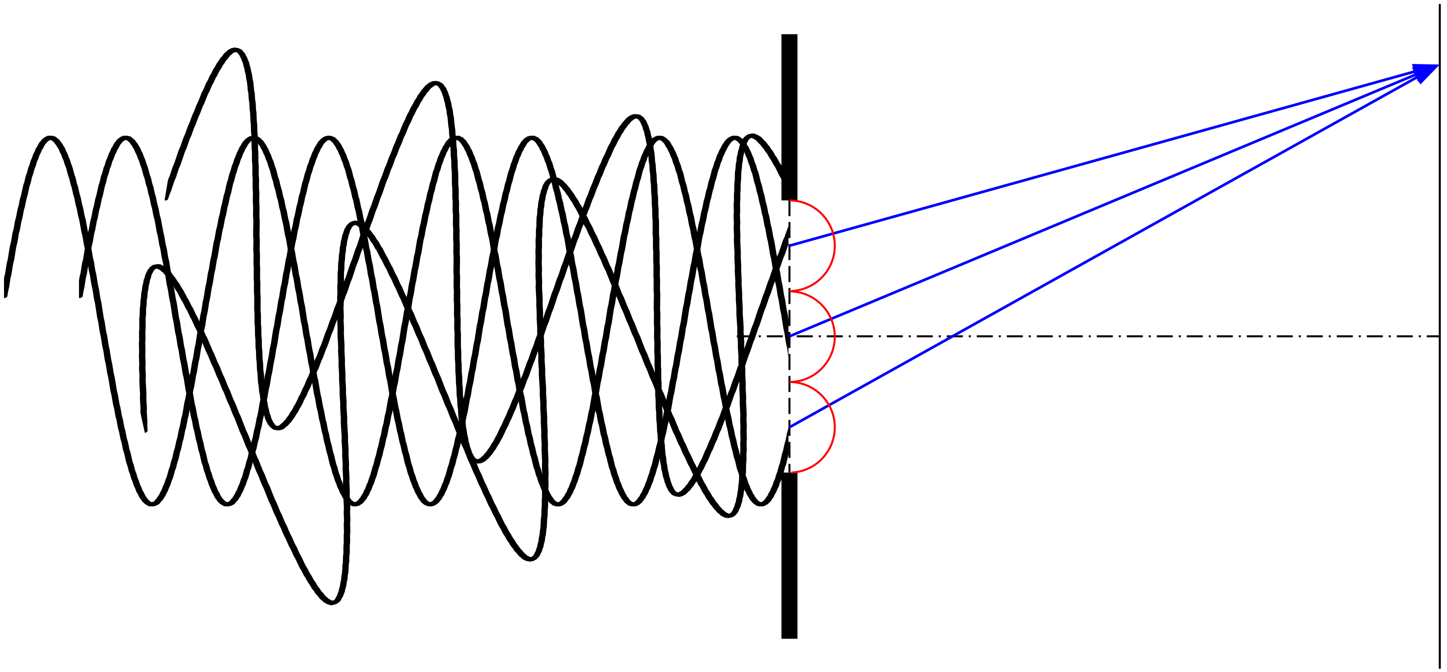


无限远实际通过透镜变换实现

1.4 衍射的分类

衍射中的相干光

- 衍射是相干次波的叠加
- 次波中心都是取在同一列光波上，因而是相干的
- 同一列波上的次波：相干叠加，光强取决于相位差
- 不同波列上的次波：非相干叠加，强度相加



本节重点

1. 衍射现象的解释
2. 巴比涅原理和应用
3. 衍射的类型