第七章 光与物质的相互作用

第二节 群速度与散射

7.2 群速度和散射

7.2.1 波拍和波包的群速度

问题的提出—折射率两种测量方法带来的困惑

折射率的再认识：折射率 n 作为介质的重要光学参数，联系着两件事：

（1）光束在介质界面的折射角度。（2）光束在介质中的传播速度。

折射率的两种实验测定方法：

（1）折射率法

通过实验测定入射角和在介质中的折射角，利用折射定律获取介质相对于空气的折射率。

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_\theta = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

（2）速度法（信号法）

基本原理：测量出光信号传播的距离s与所需时间t，则$v=s/t$。利用$n=c/v$的定义，可以得到相对于空气（真空）的折射率。

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_v = \frac{v_1}{v_2}$$

迈克尔逊实验（1885）带来的困惑

用钠黄光测定液体CS_2相对空气的折射率，两种实验的结果相差7%，超过实验误差的范围，带来了困惑。

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_\theta = 1.64 \qquad \left(\frac{n_2}{n_1}\right)_v = 1.758$$

7.2.1 波拍和波包的群速度

对于波速的回顾

平面单色波可以表示为 $\tilde{U}(x,t)=Ae^{-i(\omega t-kx)}=Ae^{i(kx-\omega t)}$

对于某一时空点，其波场的状态可以用其相位 kx_0-ωt_0 来刻画。

经过 dt 时间，该状态传播至 x_0+dx 处，其相位值变为

$$k(x_0+dx)-\omega(t_0+dt)=kx_0-\omega t_0$$

波速的定义 $v_p=\dfrac{dx}{dt}$ $\Rightarrow$ $v_p=\dfrac{\omega}{k}=\lambda f$ $\rightarrow$ 相速度

相速度的定义：光的波长λ与频率 f 的乘积 λf , 表征了理想单色光波等相位面的传播速度。用v_p表示。大多数情况下，也会省略下标，直接用v表示相速度。后续我们也会在一些情况下采取忽略下标的表示方法。

7.2.1 波拍和波包的群速度

群速度的由来

理想单色波的相速度

对于在各向同性介质中传播的理想单色波来说，波速既是相位传播速度，又是运动传播速度，也是能量传播速度，三者完全一致，实质上无需称为相速度。将其称为相速度主要是为了与非单色波情况下的群速度区别。

准单色波列

对于在各向同性介质中传播的**理想单色光波，其相速度同时也是光波能量的传播速度**。但实际中并不存在理想的单色波，任何光源的任一原子发出的波列都不会无限延伸。这种有限长的波列相当于许多频率相近的理想单色波列的叠加，因而只是一种近似的单色波列——准单色波列。

7.2.1 波拍和波包的群速度

对含有两个波长分量的非单色波场的分析

对于由两个频率相近的理想单色波列组成的准单色波，各波列瞬时振动的波函数可以描述为：

$$\begin{cases} U_1(z,t) = A\cos(\omega_1 t - k_1 z) \\ U_2(z,t) = A\cos(\omega_2 t - k_2 z) \end{cases}$$

其中ω_1，ω_2为两个单色波列的圆频率；k_1，k_2为相应的波数。

两列光波合振动的波函数为：

$$U(z,t) = U_1(z,t) + U_2(z,t) = 2A\cos(\Delta\omega t - \Delta k z)\cos(\bar{\omega} t - \bar{k} z)$$

其中

两列波的频率相近

$\Delta\omega=(\omega_1-\omega_2)/2$，$\Delta k=(k_1-k_2)/2$，$\bar{\omega}=(\omega_1+\omega_2)/2$，$\bar{k}=(k_1+k_2)/2$，$|\Delta\omega| \ll \bar{\omega}$，$|\Delta k| \ll \bar{k}$

7.2.1 波拍和波包的群速度

对含有两个波长分量的非单色波场的分析（续）

$$U(x,t)=2A\cos(\Delta\omega t-\Delta kz)\cos(\bar{\omega}t-\bar{k}z)$$

两个分量的物理意义

因子$\cos(\bar{\omega}t-\bar{k}z)$的意义：频率为$\bar{\omega}$、波数为$\bar{k}$的载波信号。—高频振荡因子

因子$\cos(\Delta\omega t-\Delta kz)$的意义：描述了一个分别以$\Delta\omega$和$\Delta k$为圆频率和波数的低频调制波。调制波使得载波的振幅在空间和时间上呈周期分布，即形成一种呈周期性起伏的包络。—低频包络因子

波包的物理形态

低频包络因子对高频振荡因子进行调制，形成一串起伏的波包，可以被称为波拍（wave beat）。

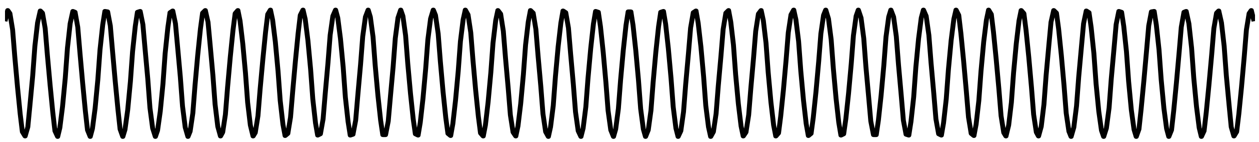
这样的波包的“光强”随时间变化，没有稳定的光强分布，是非定态光波。

7.2.1 波拍和波包的群速度

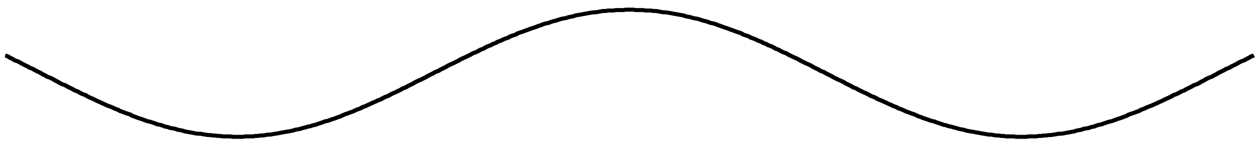
对含有两个波长分量的非单色波场的分析（续）

低频包络因子对高频振荡因子的调制

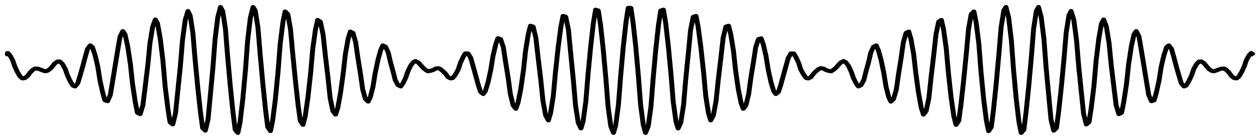
$$\cos\left(\bar{\omega}t-\bar{k}z\right)$$



$$2A\cos\left(\Delta\omega t-\Delta kz\right)$$



$$2A\cos\left(\Delta\omega t-\Delta kz\right)\cos\left(\bar{\omega}t-\bar{k}z\right)$$



7.2.1 波拍和波包的群速度

群速度

$$U(z,t)=2A\cos(\Delta\omega t-\Delta kz)\cos(\bar{\omega}t-\bar{k}z)$$

微观上看，这样的波拍包含两个相速度：$v_1=\dfrac{\omega_1}{k_1}$　　$v_2=\dfrac{\omega_2}{k_2}$

分析

（1）在色散介质中，$v_1\neq v_2$。从宏观上看，观察者考察合成的波拍，获得的是波拍运动所带来的能流。波拍运动的速度可以由低频包络因子的时空变量导出。

（2）根据时空传递的相位等值特性，可以令

$$\Delta\omega\cdot t-\Delta k\cdot z_g=\Delta\omega(t+dt)-\Delta k(z_g+dz_g)$$

（3）由此可以得到波拍的传播速度为：$v_g=\dfrac{dz_g}{dt}=\dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}$

v_g被称为群速度。物理意义是低频调制因子等幅面的传播速度。

相速度 v_p 的物理意义是高频载波等相面的传播速度。

说明：探测器只能直接感受到光的强度（振幅）信息，不能直接感受到相位信息，故对于准单色光波，由信号法测出的速度是其波包的速度，即群速度v_g。

7.2.1 波拍和波包的群速度

群速度与色散

（1）包含两个波列的准单色光波拍在真空中传递

由于真空中无色散，因此两个波包的相速度均为c：$v_1=\dfrac{\omega_1}{k_{10}}=c \quad v_2=\dfrac{\omega_2}{k_{20}}=c$

此时，波拍的群速度为

$$v_g=\frac{\Delta\omega}{\Delta k}=\frac{ck_{10}-ck_{20}}{k_{10}-k_{20}}=c$$

结论：无色散效应，则群速度等于相速度。

（2）包含两个波列的准单色光波拍在色散介质中的传递

在色散介质中，两个波包的相速度不同：$v_1=\dfrac{\omega_1}{k_1}=\dfrac{c}{n_1}\neq\dfrac{c}{n_2}=\dfrac{\omega_2}{k_2}=v_2$

此时频差为：$\Delta\omega=\omega_1-\omega_2=v_1k_1-v_2k_2$

则群速度变为：$v_g=\dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}=\dfrac{v_1k_1-v_2k_2}{k_1-k_2}=v_1+\dfrac{k_2}{k_1-k_2}(v_1-v_2)=v_2+\dfrac{k_1}{k_1-k_2}(v_1-v_2)$

因此：$v_g=\bar{v}+\bar{k}\cdot\dfrac{\Delta v}{\Delta k}$ 其中 $\bar{v}=\dfrac{v_1+v_2}{2},\bar{k}=\dfrac{k_1+k_2}{2}$ 色散项 $\dfrac{\Delta v}{\Delta k}=\dfrac{v_1-v_2}{k_1-k_2}$

7.2.1 波拍和波包的群速度

群速度与色散（续）

（2）包含两个波列的准单色光波拍在色散介质中的传递（续）

$$v_g = \bar{v} + \bar{k} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta k}$$ 表明：在色散介质中，波拍的群速度不等于平均相速度。

正常色散： $\frac{\Delta v}{\Delta k} < 0 \Longrightarrow v_g < \bar{v}$

反常色散： $\frac{\Delta v}{\Delta k} > 0 \Longrightarrow v_g > \bar{v}$

7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度

准单色光波长的分析

不同的波列具有不同的波长，可以用波矢和频率加以区分。

定义谱密度函数$a(k)$ 用于描述不同频谱光波的场强。其物理含义为：频谱单元 k~k+dk，所贡献的单元复振幅 d$A\propto$dk，可写作：

$$\mathrm{d}A = a(k)\mathrm{d}k, \quad \text{或} \qquad a(k) = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}k}$$

相应的，单元波函数可以表示为：

$$\mathrm{d}\tilde{U}(z,t)=\mathrm{d}A\cdot e^{-i(\omega t-kz)} = a(k)e^{-i(\omega t-kz)}\mathrm{d}k = a(k)e^{i(kz-\omega t)}\mathrm{d}k$$

对于波长连续的波列，谱密度函数 $a(k)$ 造成的总波场为

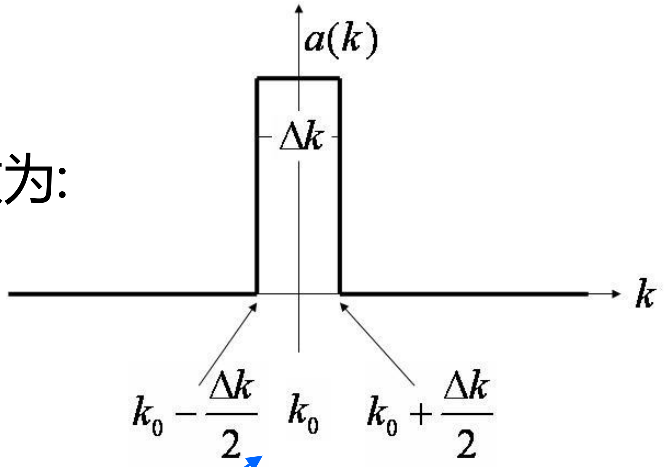
$$\tilde{U}(z,t)=\int_0^\infty a(k)e^{i(kz-\omega t)}\mathrm{d}k$$

未规定$a(k)$ 的具体形式，可以是高斯型等任意谱密度函数。

7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度（续）

准单色光波长的分析（续）



为简单起见，选择窗口型准单色波，其谱密度函数为:

$$a(k)=\begin{cases}a_0, |k-k_0|<\frac{\Delta k}{2}\\ 0, \quad |k-k_0|>\frac{\Delta k}{2}\end{cases} \qquad \Delta k = k_0$$

满足准单色波条件

对于窗口型准单色波，波场为:

$$\tilde{U}(z,t)=\int_{(k_0-\frac{\Delta k}{2})}^{(k_0+\frac{\Delta k}{2})} a_0 e^{i(kz-\omega t)}\mathrm{d}k$$

注意到色散关系 $\omega(k)$ 是一个与k有关的函数，对$\omega(k)$在k_0点做级数展开可得

$$\omega(k)=\omega(k)+\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}\cdot(k-k_0)+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\omega}{d^2k}\right)_{k=k_0}\cdot(k-k_0)^2+\cdots$$

7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度（续）

准单色光波长的分析（续）

仅考虑一阶色散效应，即只保留一阶求导项，可以得到

$$\omega(k)=\omega(k_0)+\left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\right)_{k_0}(k-k_0)=\omega_0+\left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\right)_{k_0}K \qquad K\equiv(k-k_0)$$

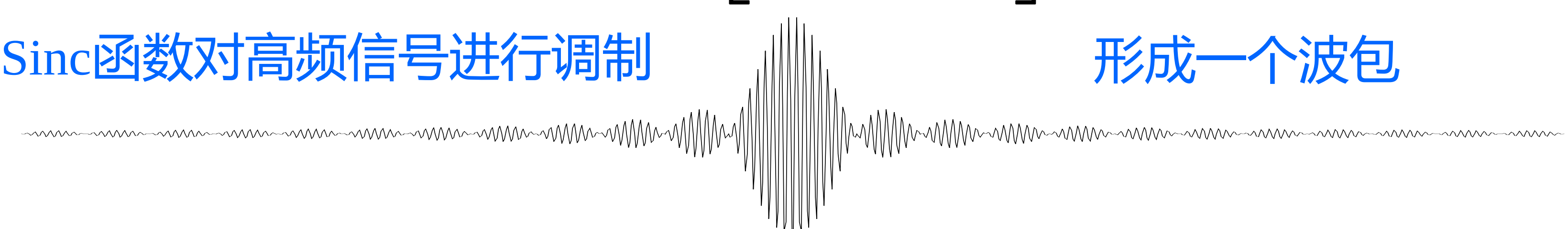
则波场函数可以转化为：

$$\tilde{U}(z,t)=\int_{-\Delta k/2}^{\Delta k/2}a_0 e^{iK\left(z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}t\right)}\cdot e^{i(k_0 z-\omega_0 t)}dK$$

$$=2a_0\frac{\sin\left(\left[z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot t\right]\frac{\Delta k}{2}\right)}{\left[z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot t\right]}\cdot e^{i(k_0 z-\omega_0\cdot t)}$$

Sinc函数对高频信号进行调制

形成一个波包



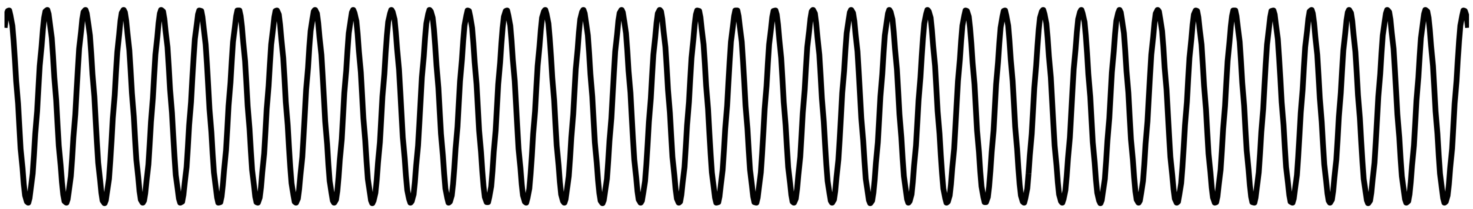
7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度（续）

波包的图像

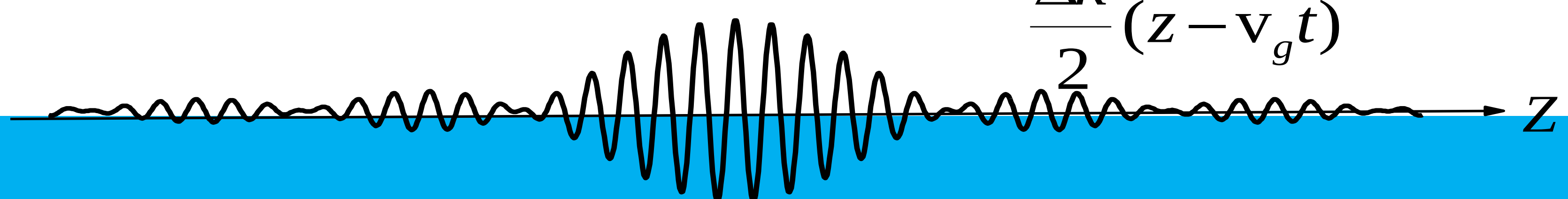
$$\tilde{U}(z,t)=[A\frac{\sin\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}{\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}]e^{i(k_0 z-\omega_0 t)}$$

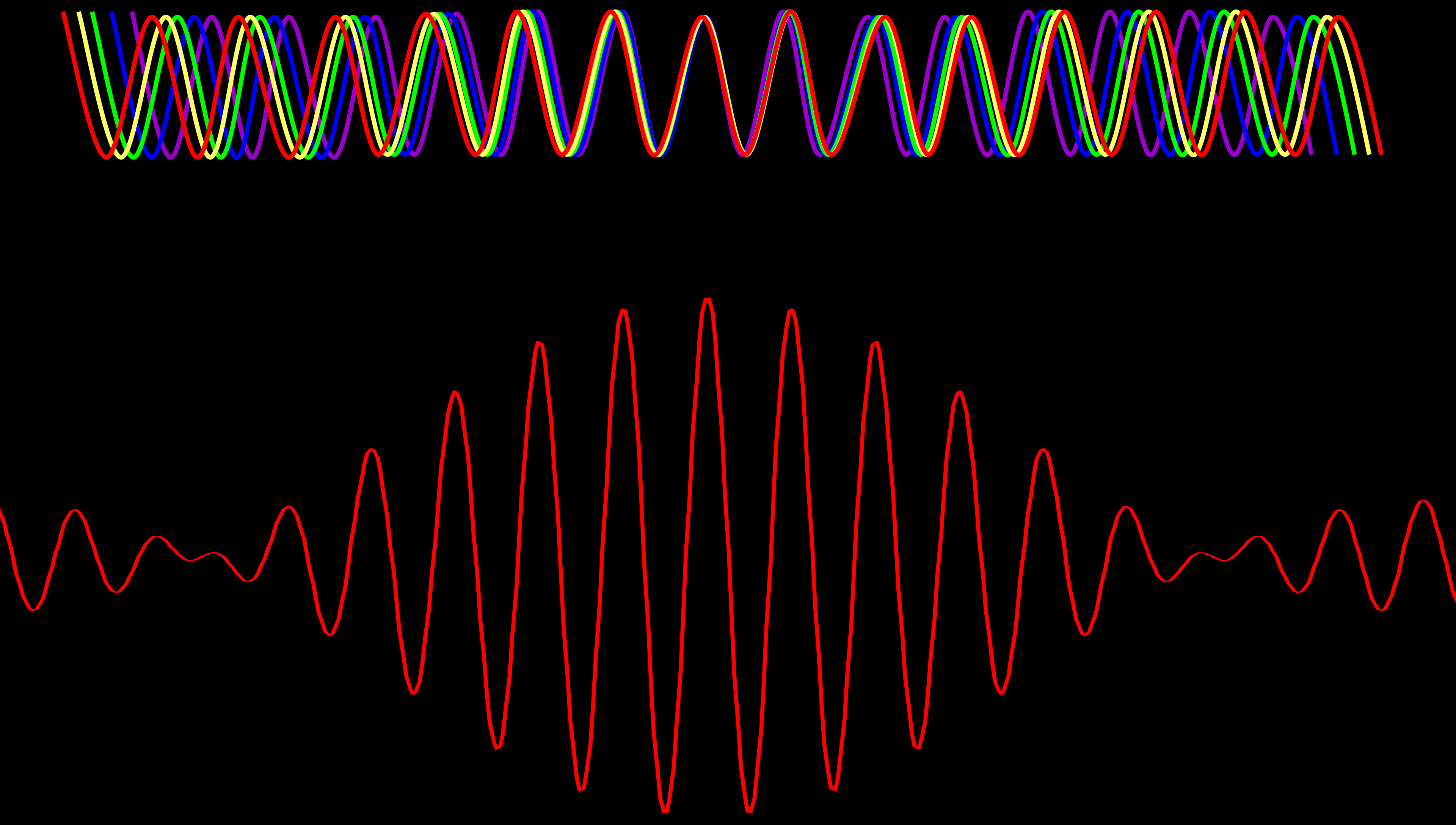
$$e^{i(k_0 z-\omega_0 t)}$$

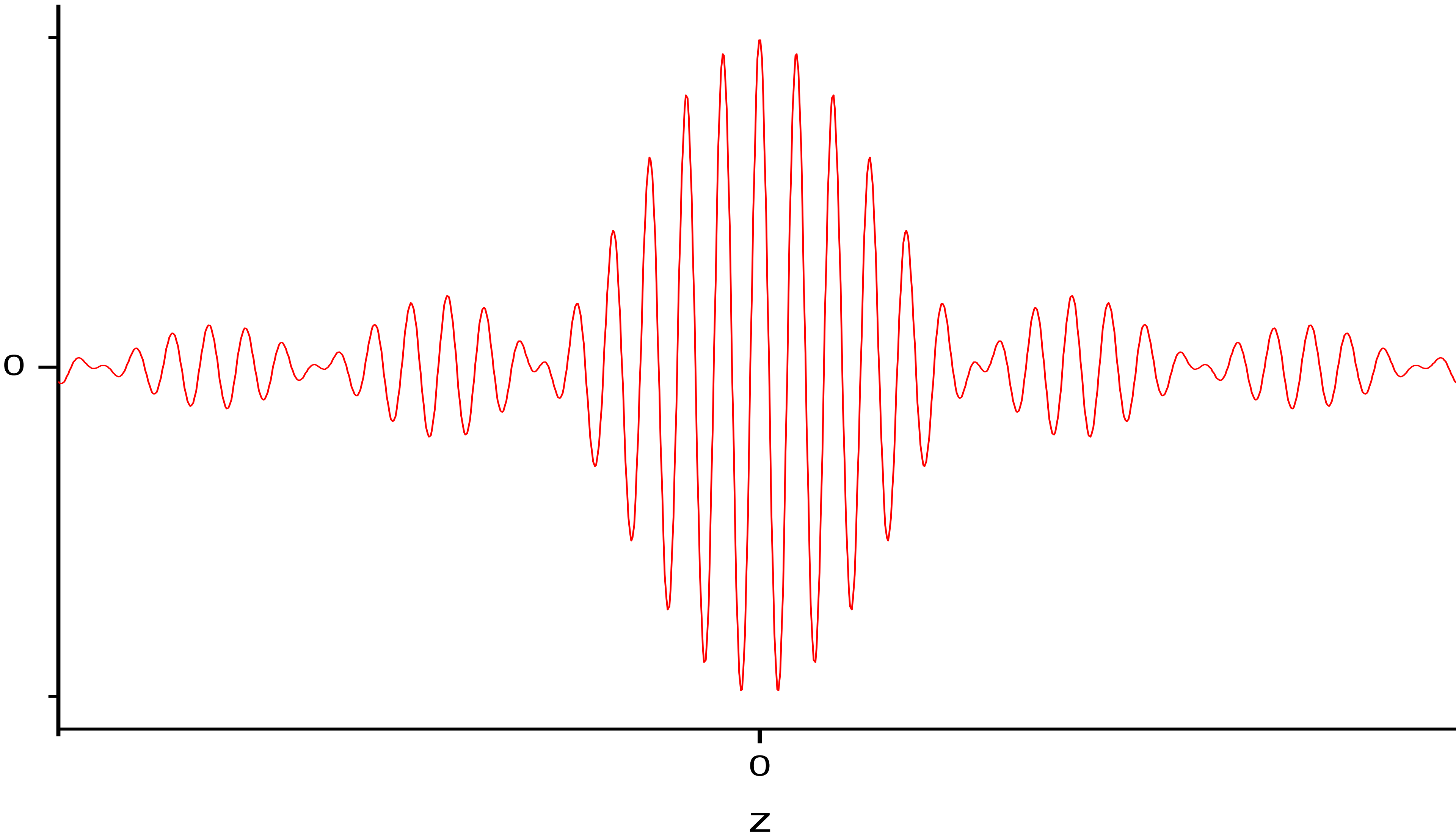


$$A\frac{\sin\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}{\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}$$

$$A\frac{\sin\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}{\frac{\Delta k}{2}(z-v_g t)}e^{i(k_0 z-\omega_0 t)}$$






0
0
z

7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度（续）

波包的群速度

调幅因子sinc函数以时空变量 (z, t)为其宗量，他显示了一个传播因子：

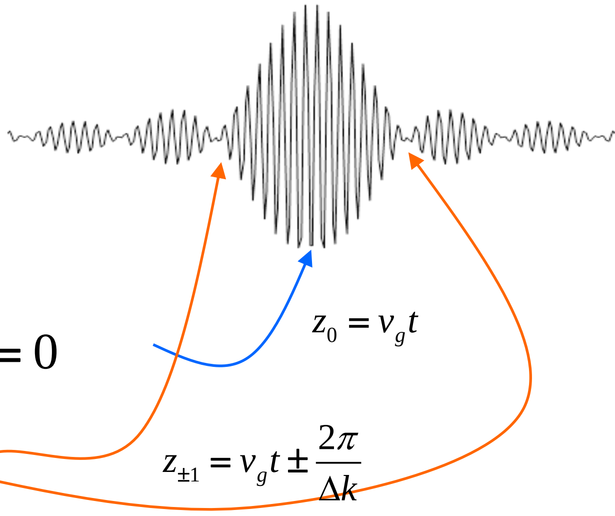
$$z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot t=(z+dz)-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot(t+dt)$$

由此得到波包的传播速度，即群速度为： $v_g=\dfrac{dz}{dt}=\left(\dfrac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}$

说明：人们有时会将v_g认为是波包中心传播的速度，真实情况是包含高低频成分在内的整个波包，均以此速度在空间传播。

波包的有效宽度

波包与波拍的区别：波包虽然在空间上无限延伸，但是其能量的主体部分处于波包中心，两侧的能量显著减小。



波包中心位置的坐标 z_0 满足关系： $\left[z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot t\right]\dfrac{\Delta k}{2}=0$

相邻两侧零点 $z_{\pm1}$ 满足: $\left[z-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0}\cdot t\right]\dfrac{\Delta k}{2}=\pm\pi$

波包的有效宽度为： $\Delta z=\dfrac{1}{2}(z_{+1}-z_{-1})=\dfrac{2\pi}{\Delta k}$， 或 $\Delta z\cdot\Delta k\approx 2\pi$

7.2.1 波拍和波包的群速度

波包的群速度（续）

关于波包时间相干性的再认识

$$\Delta z \cdot \Delta k \approx 2\pi \Rightarrow \Delta z \approx \frac{2\pi}{\Delta k} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

(1) 这与我们之前得到的非单色光的时间相干性相符合的。 波列有效长度的有限，和光场谱线有一定的宽度，两者是同源的不同表现。

(2) 需要说明的是：在仅仅考虑色散的一阶线性分量的情况下，波包宽度 Δz 与时间变量 t 无关，即波包在空间的推移过程中，并不随时间展宽或者变形。

(3) 如果将波包的有效宽度Δz用相干长度L_0表示，可以将其改写为：$L_0 \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \lambda$

借助换算公式 $\Delta f \,/\, f \approx \Delta\lambda \,/\, \lambda$ 可以将反比公式改写为 $\tau_0 \cdot \Delta f \approx 1$ τ_0是相干时间。

$\lambda_0\approx$600nm的准单色光典型数据

单色性	$\Delta\lambda$(nm)	L_0(m)	τ_0 (s)	Δf (MHz)
差	1	3.6×10^{-5}	10^{-12}	10^{6}
好	10^{-3}	0.36	10^{-9}	10^{3}
很好	10^{-6}	360	10^{-6}	1

7.2.1 波拍和波包的群速度

群速度与相速度关系的几个表达式

波在介质中的相速度与波长有关，即不同波长的光，在同一介质中，相速度不同，折射率不同。因此，不同应用场合，描述群速度和相速度的关系需要采用不同形式的表达式。

(1) 当色散关系由 $v(\lambda)$ 来体现的场合

$$v_g=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}=\frac{\mathrm{d}\left(v_p k\right)}{\mathrm{d}k}=v_p+k\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}k}=v_p+k\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}k}=v_p-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda^2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda}$$

$$v_g=v_p-\lambda\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda}$$

(2) 当色散关系由 $n(\lambda)$ 来体现的场合

利用折射率与相速度的关系 $v_p=c/n$，可以将上式中的色散项 $\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}\lambda$ 改写为：

$$\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda}=-\frac{c}{n^2}\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

因此 $$v_g=\frac{c}{n}(1+\frac{\lambda}{n}\cdot\frac{dn}{d\lambda})$$

正常色散 — $v_g<v_p$： $\frac{dv_p}{dk}<0$，或 $\frac{dv_p}{d\lambda}>0$，或 $\frac{dn}{d\lambda}<0$

反常色散 — $v_g>v_p$： $\frac{dv_p}{dk}>0$，或 $\frac{dv_p}{d\lambda}<0$，或 $\frac{dn}{d\lambda}>0$

7.2.1 波拍和波包的群速度

关于色散关系函数的补充说明

介质对波的色散关系可以由$\omega(k)$、v(k)，或者$v(\lambda)$，以及$n(\lambda)$的函数来体现，但是人们经常习惯于使用$\omega(k)$的函数形式来反映色散，这是因为借助这一形式，可以直接导出

相速度 $v=\dfrac{\omega}{k}$ 群速度 $v_g=\dfrac{d\omega}{dk}$

这两个表达式不仅适用于光波，也适用于水波、声波、物质波等一切形态的波。

$$v_g=v_p+k\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}k}$$

$$v_g=v_p-\lambda\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda}$$

$$v_g=\frac{c}{n}\left(1+\frac{\lambda}{n}\cdot\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

相速度和群速度以及以上三个表达式，是关于波传播的运动学意义上的关系式，并不受限于波的种类。色散函数$\omega(k)$ 的具体形式，则取决于波与介质相互作用的具体机制。

7.2.1 波拍和波包的群速度

对于迈克尔逊实验的解释

在迈克尔逊实验中，钠光灯发出的黄光是双线结构，即包含两条谱线，其真空波长分别为：$\lambda_{10} = 589.0nm, \lambda_{20} = 589.6nm$

两者在CS_2溶液中的折射率n_1和n_2或者相速度v_{p1}和v_{p2}略有差异。

（1）折射法实验

折射法实验中，只涉及光束的方向，因此仅仅和折射率n_1和n_2有关。因此折射法中测得的折射率几乎为平均折射率。即：$\bar{n} \approx 1.64$

（2）速度法实验

速度法实验中，观测的是光束的能流，是光信号的速度，即波拍的群速度v_g。对于正常色散来说，有 $v_g < \bar{v}$ ，因此

$$\frac{c}{v_g} = \frac{c}{\bar{v} + \bar{k}\dfrac{\Delta v}{\Delta k}} = 1.758 > \frac{c}{\bar{v}} = \bar{n} = 1.64$$

7.2.1 波拍和波包的群速度

对于迈克尔逊实验的进一步认识

我们进一步在小色散条件下，对c/v_g做近似展开，并由实验结果

$$\frac{c}{\bar{v}+\bar{k}\dfrac{\Delta v}{\Delta k}} \approx \frac{c}{\bar{v}}(1-\frac{\bar{k}}{\bar{v}}\cdot\frac{\Delta v}{\Delta k}) = 1.64\left(1-\frac{\bar{k}}{\bar{v}}\cdot\frac{\Delta v}{\Delta k}\right) = 1.758$$ 可以得到 $$\frac{\bar{k}}{\Delta k}\cdot\frac{\Delta v}{\bar{v}} \approx 7.2\times10^{-2}$$

利用双线结构的常用换算公式 $$\frac{\Delta k}{\bar{k}} \approx \frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} = \frac{0.6nm}{589.3nm} \approx 10^{-3} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\bar{v}} \approx -7.2\times10^{-5}$$

$$\bar{v} \approx \frac{c}{\bar{n}} \approx \frac{3\times10^8}{1.64} \approx 1.83\times10^8\,\mathrm{m/s} \Rightarrow \Delta v \approx -1.3\times10^4\,\mathrm{m/s}$$

$$\lambda_1 = 589.0\mathrm{nm} \quad v_1 = \bar{v}+\frac{\Delta v}{2} \approx (1.83-6.5\times10^{-5})\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

$$\lambda_2 = 589.6\mathrm{nm} \quad v_2 = \bar{v}-\frac{\Delta v}{2} \approx (1.83+6.5\times10^{-5})\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

$$v_g = \frac{c}{1.758} \approx 1.7\times10^8\,\mathrm{m/s} \qquad \frac{v_g-\bar{v}}{\bar{v}} \approx -7.1\times10^{-2}$$

相速度的微小变化对群速度有很大的影响。

7.2.1 波拍和波包的群速度

几点注意事项

（1）所有**通过信号法测定的光速，都是光波的群速度**，或信号速度。所有通过**折射法测定的光速，都是光波的相速度**。

（2）当波包通过色散介质时，考虑二阶色散项，各个单色波列将以不同的相速度向前传播，导致波包在向前传播的同时，形状也随之改变——色散展宽，使得波包的传播速度与各波列的相速度发生改变。

（3）相对论原理要求任何信号速度都不得超过真空中的光速c，否则导致因果律破坏。群速度代表能量传播的速度，因此在群速度有意义的范围内，其大小总是小于c。但相速度因不受相对论原理的限制，在特殊情况下，可能会大于光速。但反常色散区也是介质的共振吸收区，强烈吸收的结果使得光在该介质中迅速衰减，传播距离极为有限。

散射

7.2.2 散射现象及其解释

散射现象

定义

散射：光束通过光学性质不均匀的介质时，其能量将向整个空间内散开，从而在垂直于传播方向上的强度不为0。

条件

媒质的光学性质不均匀。例如：气体中有随机运动的分子、原子或烟雾、尘埃，液体中混入小微粒，晶体中掺入杂质或缺陷等。

日常生活中常见的散射现象

- 天蓝、云白、夕阳红—大气光学。
- 无色透明的水与白色的浪花—海洋光学。
- 黑暗中一缕光线中的悬浮灰尘。

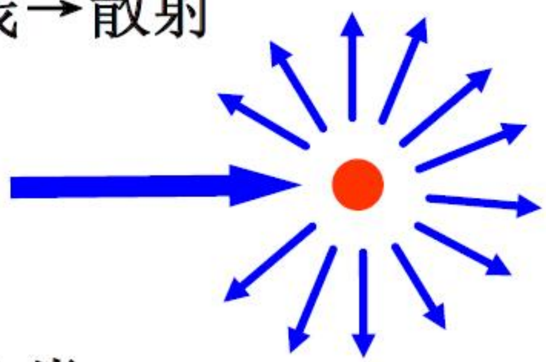
散射现象的分类

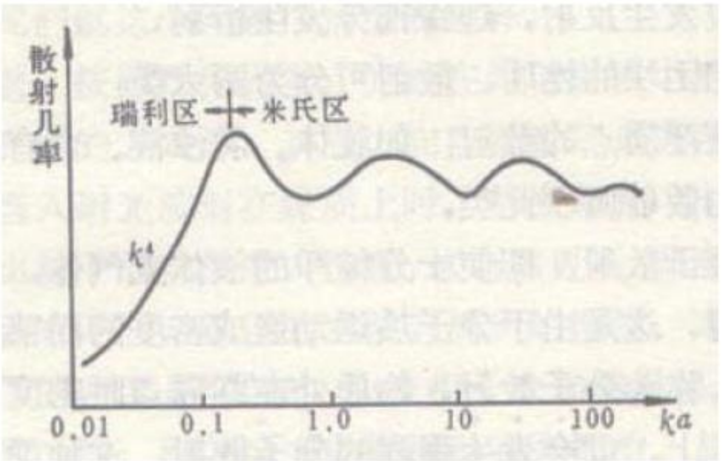
① 散射光波矢量变化而波长不变化：瑞利散射、米氏散射和分子散射

② 散射光波矢和波长同时变化：拉曼散射和布里渊（Brillouin）散射

1. 散射与媒质不均匀性的关系

光线通过媒质，一些侧面看不到光线，一些侧面可以看到光线→散射





散射的分类:

1 均匀介质（不均匀尺度远大于波长）→无散射

2 不均匀尺度在波长量级（胶体、乳浊液、烟雾、灰尘）→米-德拜（**Mie-Debye**）散射。临界点上的媒质，分子密度涨落极大，出现临界乳光。

3 不均匀尺度远小于波长→瑞利散射

所谓均匀、不均匀都是对波长尺度而言的。

7.2.2 散射现象及其解释

散射的进一步说明

散射定律

$$I = I_0 e^{-\alpha_s l} \quad （\alpha_s：散射系数）$$

物理意义：介质因散射和吸收对透射光强的减弱具有类似的规律。

对于一般介质，如果同时存在者散射和吸收，且吸收系数为α_a，则实际透射光强度为：

$$I = I_0 e^{-(\alpha_a+\alpha_s)l}$$

说明：通过测量透射光强与入射光强之比值所得到的介质的损耗系数中，同时包含了吸收和散射的贡献。

7.2.2 散射现象及其解释

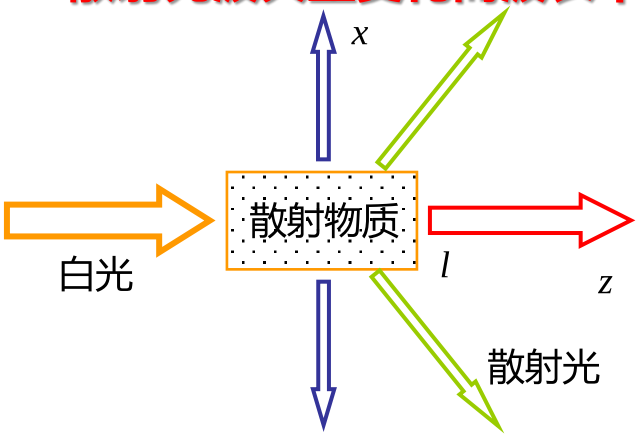
散射机制的多样性（续）

总结

1. 散射的理论基础是衍射光学和统计光学。
2. 散射光场的特性，不仅取决于散射单元的尺度，也取决于大量散射单元之间的平均距离。前者决定了微粒的作用是单元散射因子还是单元衍射因子；后者决定了大量单元散射波的叠加是相干叠加、部分非相干叠加还是非相干叠加。
3. 单元散射因子不仅与单元的尺度和形貌有关（衍射光学），还与单元微粒或分子的微观结构和量子状态有关，它决定着单元的次级辐射或称为感应辐射。
4. 散射是一个复杂的综合问题，将其看做偶极振子，只是一个最简单的模型。

7.2.3 瑞利散射和米氏散射

散射光波矢量变化而波长不变化



瑞利散射实验装置

瑞利散射定律

瑞利散射实验

实验条件：平行白光入射于牛奶与水的混合液中。

实验现象：

（1）正侧向（x方向）散射光：青蓝色——短波成分居多。

（2）平行向（z方向）透射光：偏红色——长波成分居多。

瑞利散射定律

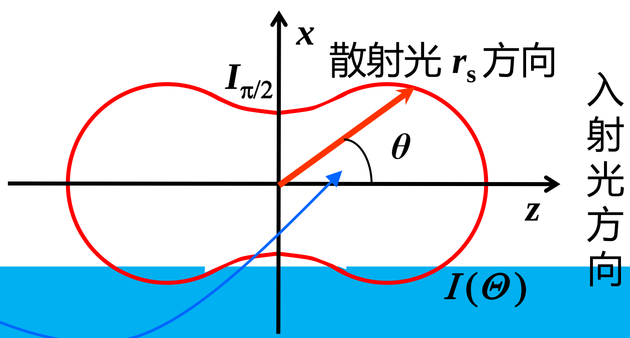
应用条件：散射微粒的几何线度远小于波长时 $(a < \lambda/10)$。

定律描述：散射过程不改变入射光的波长，但散射光的强度随入射光的波长不同而不同，其关系可表述为：

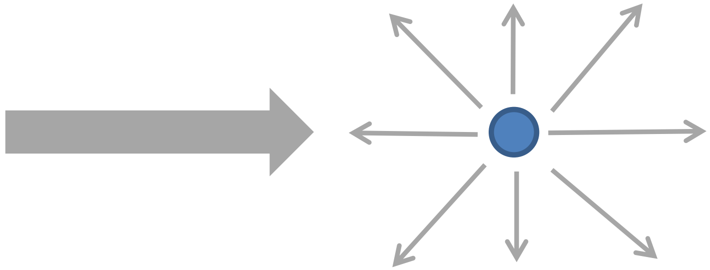
$$I(\omega) \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

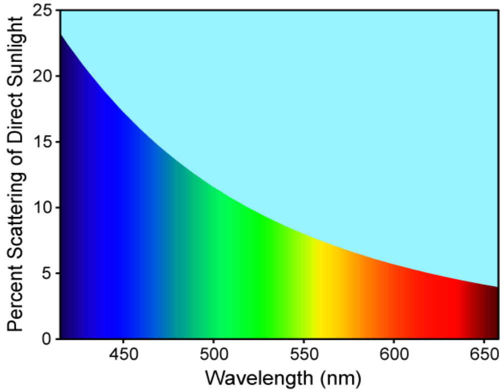
$\theta=\pi/2$时的散射光强

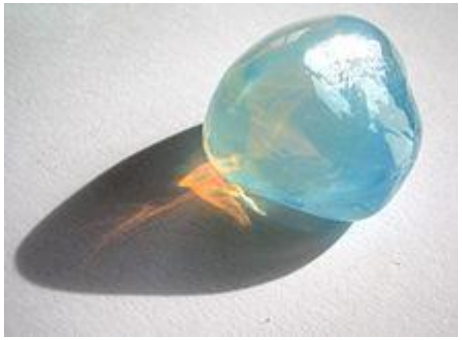
$$I(\theta) = I_0(1+\cos\theta)$$

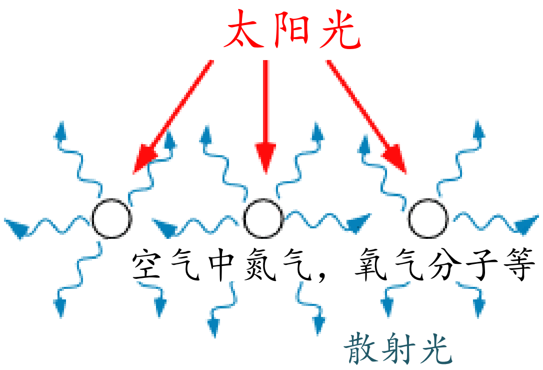


- 瑞利散射:波长越小散射越强烈。
- 蓝色波长短，散射更厉害；



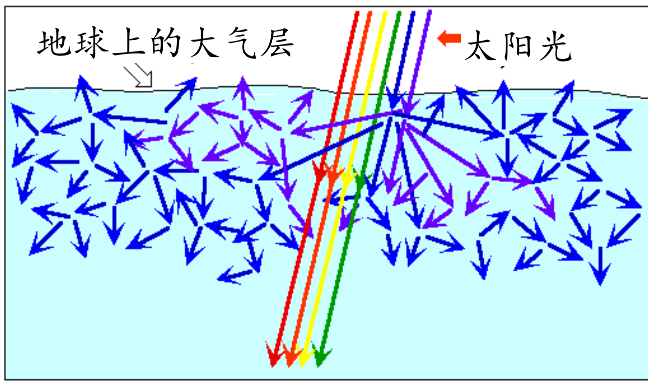


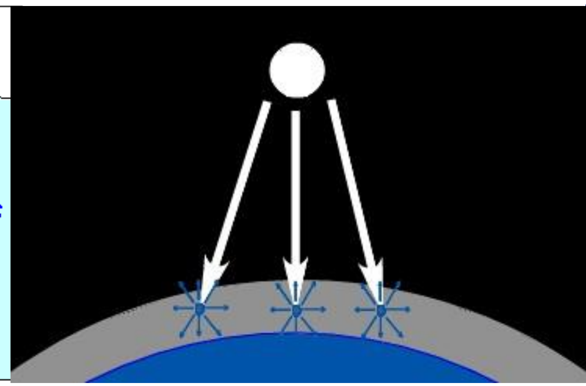




白天天蓝

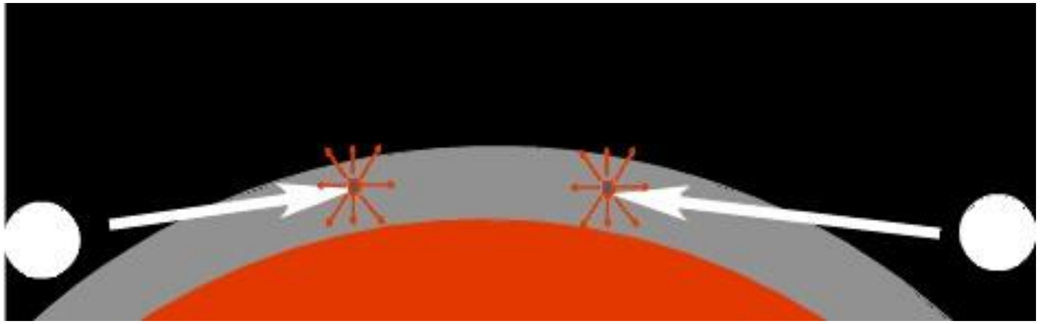
- 空气中分子等强烈散射蓝光。
- 白天时，阳光经过比较薄的大气层，散射呈现蓝色的天空。



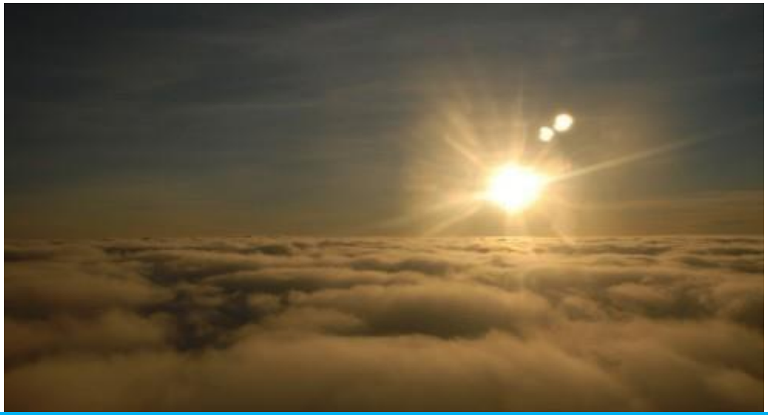


日出、日落天红

- 日出，日落时阳光经过比较厚的大气层，蓝色光散射殆尽，天色呈现橘红色。



- 没有大气，没有散射，天色呈现黑色。
- 夜空黑色，蓝色散射弱。



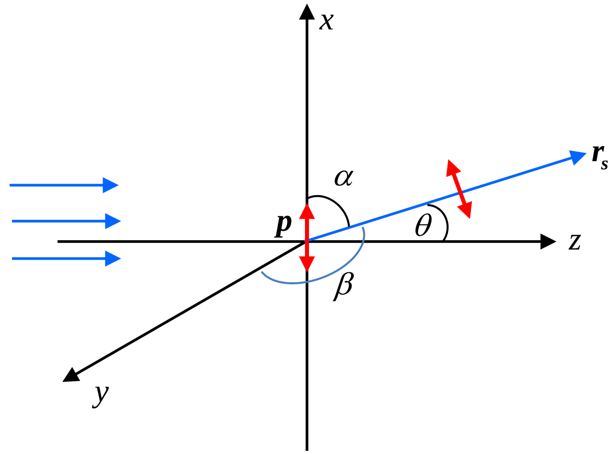
太阳的色彩

- 白天时，阳光经过比较薄的大气层，蓝色散射较少，呈现白色太阳。
- 日出，日落时，阳光经过比较厚的大气层，蓝色散射较多，呈现橙色太阳。

7.2.3 瑞利散射和米氏散射

瑞利散射定律（续）

线偏振光入射情况下的瑞利散射定律



设在外来线偏振光场电矢量作用下，感生电偶极矩为：

$$p(t)=p_0\cos\omega t$$

它产生的辐射场 $\boldsymbol{E}(t)$，$\boldsymbol{H}(t)$均为同频的电磁振荡，其电场幅值 E_0 可以表示为：

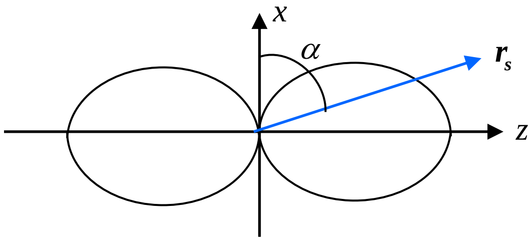
$$E_0(r,\alpha)\propto p_0\frac{\omega^2}{r^2}\sin\alpha$$

则辐射场平均能流密度（即散射光强）与入射光频率ω的关系为 $I_s(\omega)\propto \mathrm{E}_0^2(\omega)\propto\omega^4\propto\dfrac{1}{\lambda^4}$

散射光强的角分布为： $I_s(\alpha)\propto \mathrm{E}_0^2(\alpha)\propto\sin^2\alpha$

可以写成 $I_s(\alpha)=I_0\sin^2\alpha$ 其中I_0是一个参考值，表示$\alpha=\pi/2$方向的散射光强。

这表明，在线偏振入射光的激励下，瑞利散射的光强角分布具有轴对称型，对称轴为偶极矩的方向轴。



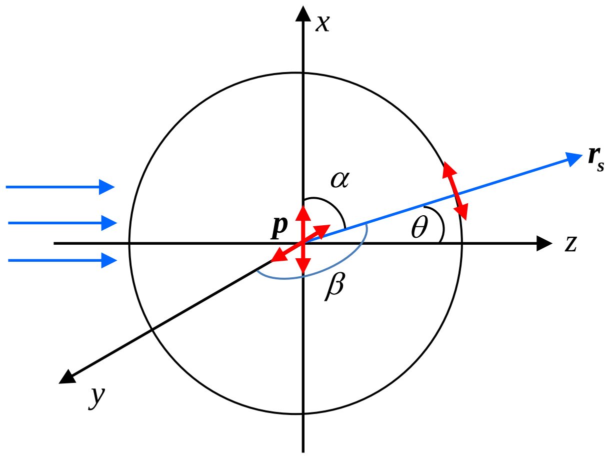
7.2.3 瑞利散射和米氏散射

瑞利散射定律（续）

自然光入射时的瑞利散射定律

对于大气来说，入射的阳光为自然光，由光的横波性，此时感生的分子偶极矩分布在整个横平面（xy）上，具有各种可能的取向，并且彼此之间没有确定的相位关联。

我们可以将分子感生电偶极矩正交分解到x轴和y轴，分别得到复合偶极矩P_x和P_y，且P_x=P_y。



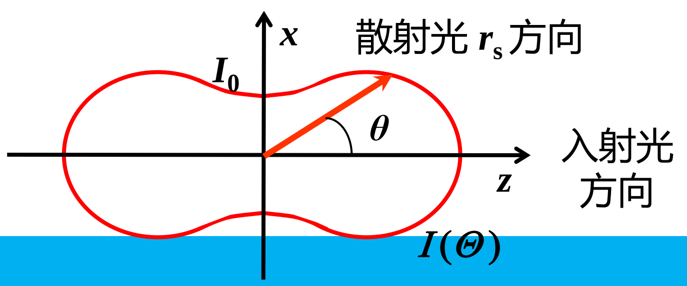
我们进一步考察，方向在（α, β）方向的散射光强，此方向上的散射光强应等于两项的非相干叠加，即：

$$I_s(\alpha,\beta) = I_1(\alpha) + I_2(\beta) = I_0\sin^2\alpha + I_0\sin^2\beta$$

根据三角公式和方向余弦定理，有

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha,\quad \sin^2\beta = 1-\cos^2\beta,\quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\theta = 1$$

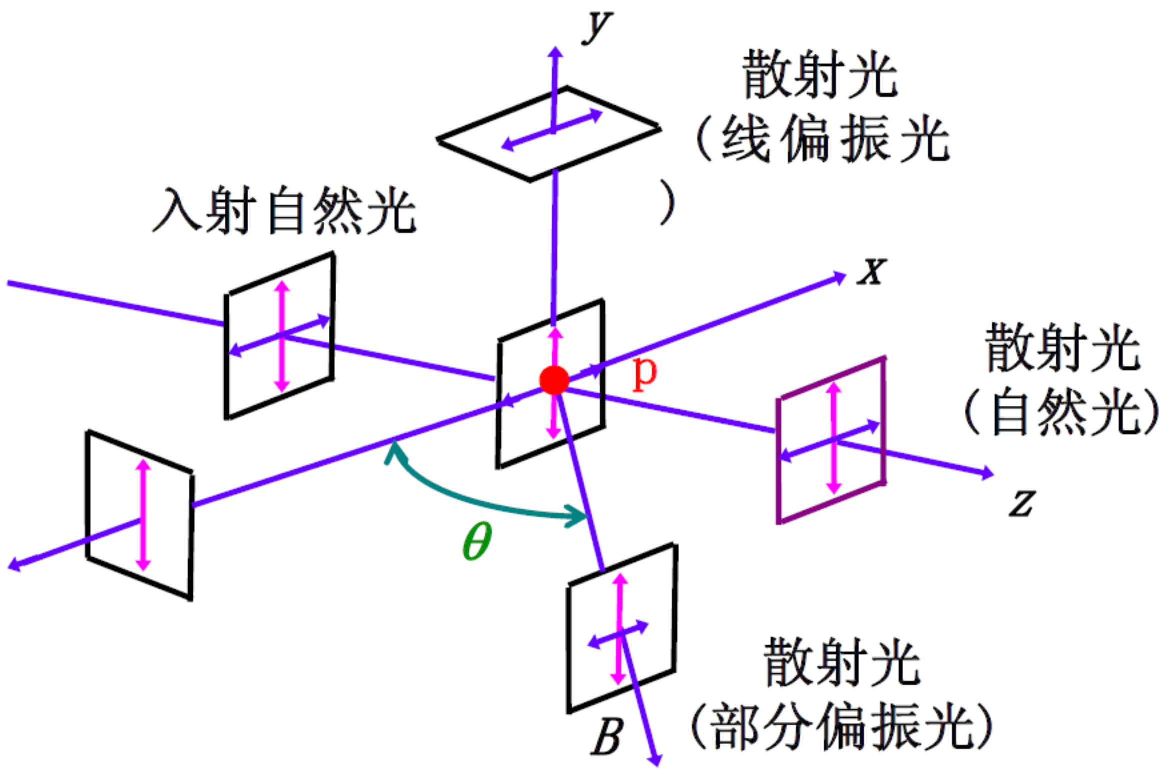
可以得到　　$I(\theta) = I_0(1+\cos\theta)$



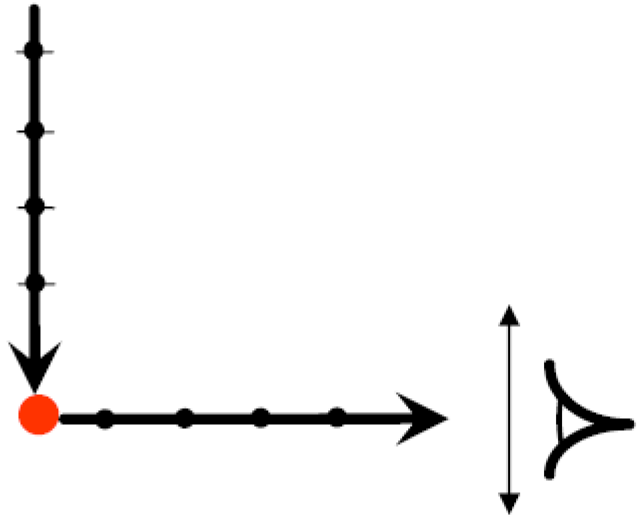
表明：自然光入射时，散射光强角分布具有轴对称性，对称轴为入射光传播方向。

7.2.3 瑞利散射和米氏散射

瑞利散射光的偏振态



偏振特点：垂直方向→线偏振→偏振墨镜
入射方向→自然光
其它方向→部分偏振光



7.2.3 瑞利散射和米氏散射

瑞利散射光的偏振态

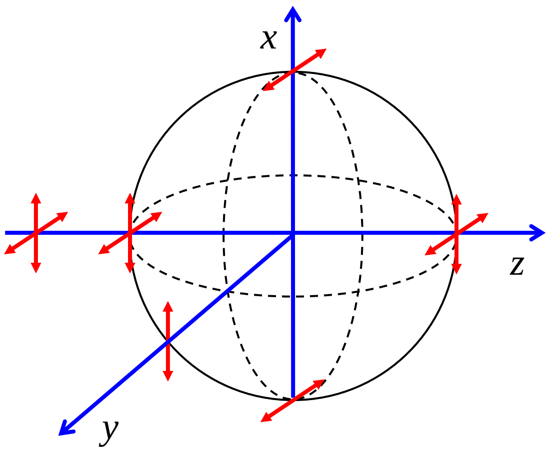
（1）线偏光入射下，散射光仍为线偏光。

（2）自然光入射下，偏振度随θ角度发生变化。

特殊方向：

(a) θ=0，即沿入射方向，仍为自然光。

(b) θ=π/2，其偏振度为1，即为完全偏振光。



自然光产生的散射光的偏振态

退偏度

实验证明，在绝大多数散射的情况下，在θ=π/2的方向上，也能观察到部分偏振光，这说明了分子的光学各向异性。在各向异性分子中，受迫振动可能与入射波电矢量方向不一致，因而可能超出xOy平面。这一特性可用来估计分子的光学各向异性。

定义散射光的退偏度Δ为 $\Delta = \dfrac{I_z}{I_x}$

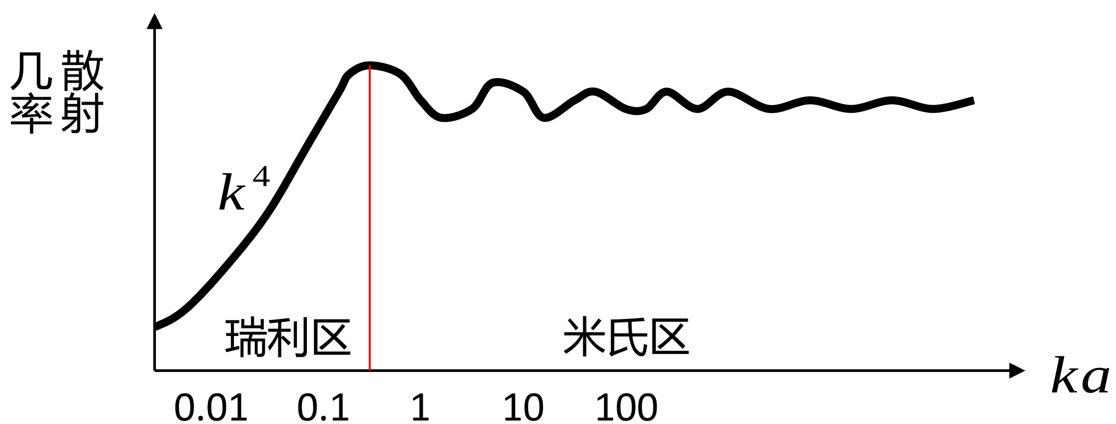
Δ越大，各向异性程度越大。各向同性的介质，Δ=0。

7.2.3 瑞利散射和米氏散射

米氏散射

应用条件：散射微粒的几何线度较大情况（$a > 10\lambda$）。

实验：米和德拜采用不同半径的金质小球，得出结论—如果 $ka=2\pi a/\lambda<0.3$，即$a< \lambda/20$时，小球散射的色效应和角分布符合瑞利定律；当ka较大时，其散射几乎不依赖于波长。



$a < 0.3\dfrac{\lambda}{2\pi}$　　$\dfrac{2\pi}{\lambda}a = ka < 0.3$　　Rayleigh Scatter

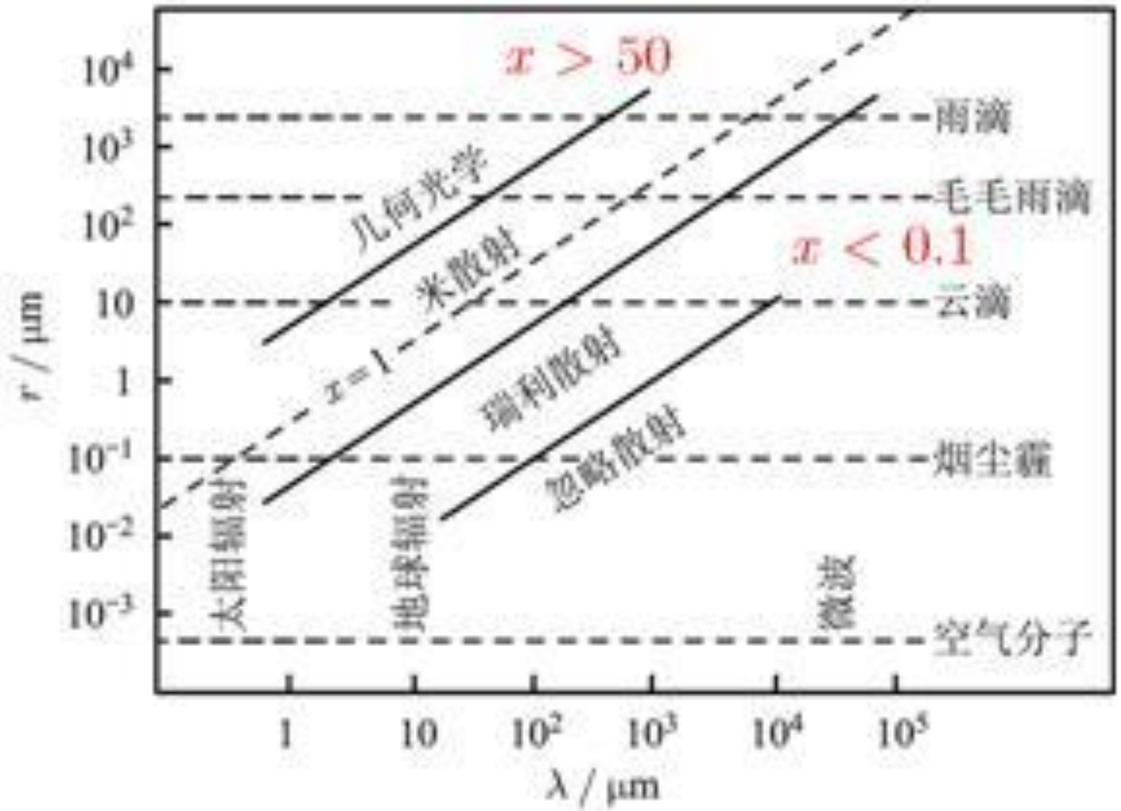
$ka > 0.3$　　Mie-Debye Scatter

尺度数

$$x = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

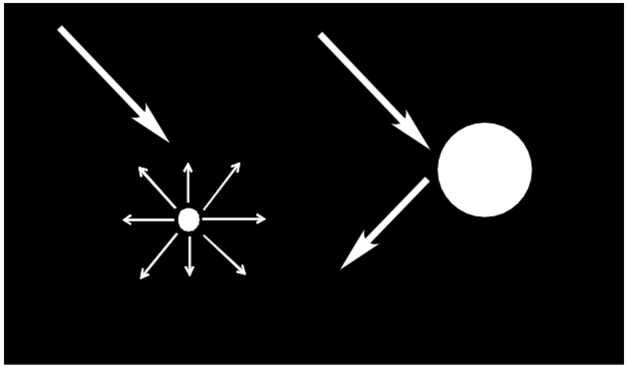
r：粒子半径

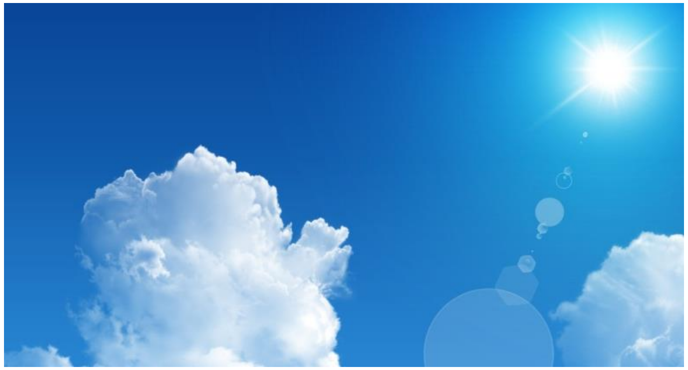
λ：辐射波长



云白---散射所有太阳光。

- 空气中小云滴散射各种光，方向为四面八方。
- 空气中大云滴或水滴反射白色太阳光。





- 白云 --- 云层薄；
- 乌云 --- 云层厚；
- 彩云 --- 日落日出时。

霾

- 干燥空气中灰尘，盐粒，水滴等悬浮粒子散射可见光。
- 颗粒大小与可见光波长相当。
- 散射黄色，红色光；使得天空不是蓝色。

7.2.4 拉曼散射

散射光波矢和波长同时变化

拉曼的实验（1928）

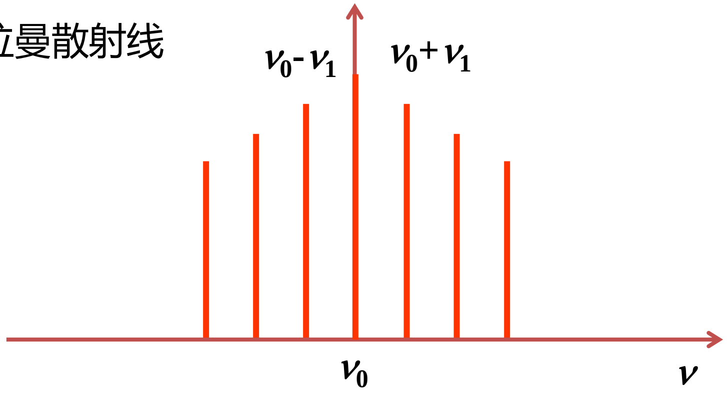
实验：在苯、甲苯、水及其他多种介质中观察到频率发生改变的散射现象。

入射光频率：ν_0

散射光频率：$\nu_0, \nu_0 \pm \nu_1, \nu_0 \pm \nu_2, \cdots$

斯托克斯线：长波散射光（红伴线）

反斯托克斯线：短波散射光（紫伴线）



拉曼的规律

① 同一散射物质，其散射光的频移大小与入射光波长无关。

② 长波散射光（斯托克斯线）强度大于短波（反斯托克斯线）。

③ 不同散射物质的散射光与入射光的波长差不同，反映了物质分子振动的固有频率。

印度物理学家，拉曼
(1888-1971)
1930年诺贝尔物理学奖

7.2.4 拉曼散射

拉曼散射的经典电磁理论解释

在光波电场 $E=E_0\cos\omega_0 t$ 作用下，散射物分子产生感应电偶极矩 $p=\alpha\varepsilon_0 E$。α称为分子极化率。

若分子以固有频率 ω_j 振动，并使分子极化率以相同的频率作周期变化，此时$\alpha=\alpha_0+\cos\omega_j t$，此时

$$
\begin{aligned}
p &= \alpha_0\varepsilon_0 E_0\cos\omega_0 t+\alpha_j\varepsilon_0 E_0\cos\omega_0 t\cos\omega_j t \\
&= \alpha_0\varepsilon_0 E_0\cos\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha_j\varepsilon_0 E_0[\cos(\omega_0-\omega_j)t+\cos(\omega_0+\omega_j)t]
\end{aligned}
$$

则感应电偶极矩的振动频率不仅包含着与光波电场相同的成分ω_0，而且还包含着新的成分$\omega_0\pm\omega_j$，因而所产生的辐射将包含ω_0以及$\omega_0\pm\omega_j$成分。

说明：

经典理论无法解释反斯托克斯线比斯托克斯线弱的多这一现象。完善的解释需要用散射物质分子与入射光子的相互作用结果的量子理论来解释。

本节重点

1. 群速度与相速度的物理意义及相互关系（理解）。
2. 散射现象的物理解释（理解）。
3. 瑞利散射定律（理解、计算）。
4. 瑞利散射和米氏散射的特点（理解）。
5. 拉曼散射的基本概念（理解）。

作业

p249-2

P257-1

重排版：

P440，2

P446，1